

構造物の塑性設計

大阪大学工学部 上田 幸雄

1. まえがき

今日では、少しでも構造物の設計に関係している人は「塑性設計」という言葉を耳にする機会があると思う。元来ヨーロッパで誕生したこの学問も最近ではわが国においても建築、橋梁はもちろん船舶、圧力容器に到るまで広く塑性設計の知識をもとにした設計が必要になって来た。しかし、この新しい塑性設計法によって作られた構造物と通常の弾性設計法によったものとは、画期的に違った形のものになるのでもなく、一見して両者の設計概念の相違は形の上からでは解らない位である。ところが塑性設計法では、より合理的な設計基準をもとに、より経済的な構造物の設計を、より少い時間で行えるのである。すでに英国・米国では研究成果がある種の規程に受け入れられ、数多くの構造物がこの設計法で作られている。

塑性設計法の専門的な知識を得るには、それぞれの専門書を始め数多くの研究論文によることにして、ここでは主として現在用いられている設計法との基本的な相違を中心に塑性設計法の諸問題や実用化の程度などについて述べたいと思う。

2. 塑性設計法の基本概念

現在、一般の鋼構造物の設計は通常、弾性設計と言われるもので行われている。これは材料の許容応力〔普通、許容応力 = (降伏応力)/(安全率)〕を基準にしたもので構造物全体が弾性法則に従うものとして与えられた外力に対して構造物の応力分布を計算し、その最大応力があらかじめ定められた許容応力に等しくなる荷重をもって、その構造物に対する最大安全荷重であるとするものである。

これまでほとんどの構造物はこの設計法によって作られ立派にその目的を果しているのであるから、この弾性設計法は有用な設計法であることは疑うべき余地はないが、この設計法に従って応力を許容応力に押えることが唯一の設計法であるとは言えない。事実、この弾性設計法の基礎である許容応力の考えが実際の構造物では守られていない。

その原因の一つに残留応力の存在がある。普通構造物の建造に使用される型鋼の中にすでに 5 kg/mm^2 とか 10 kg/mm^2 の残留応力が存在しているし、溶接による組立梁や柱ではその溶接部近傍において降伏応力程度（構造用鋼の降伏応力は大体、 $25 \text{ kg/mm}^2 \sim 30 \text{ kg/mm}^2$ ）の応力が生じているので弾性設計上の応力が許容応力以下でも実際の応力は必ずしもそのようになっておらない。また建造中には設計上の外力と違った外力を受けるだろうし、複雑な構造に対しては設計計算のための単純化などによって実際に生じる応力分布と計算上のものとは、すでに相違しているだろう。この他、工作上的の問題とか数多くのこの種の実例を挙げる事が出来る。

このように弾性設計法によって作られた構造物に生じる応力が必ずしも許容応力以下になっておらないという事実を考えると、許容応力を基準とした設計法の安全性というものが曖昧になって来る。このような事実にもかかわらず構造物が安全性を保っているのは、材料として使用している構造用鋼の特性である延性の助けによって、従って部材が局部的に降伏しても材料の延性によって直ちに破壊することなくその部分が塑性変形を起しそれ以上の荷重は他の低応力部材に再分布されて行くので構造物の安全性が保たれているのである。

弾性設計法のもう一つの曖昧さは構造物の安全性に対する見積り方が一定でないということである。仮に、上述の残留応力とか計算上の単純化等の影響を無視して構造物の構造様式とか、それに用いられている部材の断面形状等によって最初に局部的な降伏を起させる荷重から構造物の最高荷重までの隔りが違うため構造物の最終強度に対して一定の安全性を持っていないのである。つまり、弾性設計では局部的降伏に対して一定の安全係数を持ち得るが構造物の最終強度に対する真の安全係数は一定ではない。また、このことは場合によっては強過ぎる構造物を作っていることであり、不経済な設計を行っていることにもなる。このような構造物の安全性に対する曖昧さを無くし最終強度に対する均一な安全率を得るためには、設計の基準を構造物の最終強度にとればよいことになる。そして、そこに設計の基準を置いたのが塑性設計法の基本概念である。

3. 塑性設計法の基本的要素

上述した如く塑性設計法は最終強度を設計基準にしている。従って構造物は最終強度に達するまでに局部的な塑性変形を起しており、それによって荷重を再分布している。材料の延性を期待したこの塑性変形が塑性設計法の基本的要素である。この基本的要素を説明するのに材料である構造用鋼の延性から始めたいと思う。

構造用鋼の引張り試験を行うと脆性破壊を起さない限り応力と歪（引張力と伸び）の関係は図1の如くなる。同図でO点からA点までは材料は弾性で略、直線的な関係を示し、A点で降伏し一定応力（降伏応力）のもとで歪は増加しB点の歪硬化域に達する。この歪硬化域に達するまでの歪の大きさはO点から降伏応力に達するまでの約10~15倍もあり、これが材料の延性を特徴付けている。圧縮試験の場合も大体類似の性質を示す。普通、計算には図1の応力・歪関係を理想化したものを使用し、そのような材料を完全塑性体と呼ぶ。この材料では、弾性域における応力・歪関係は直線で表わされ、降伏応力に達した後は何処までも降伏し歪硬化を起さないと考える。（即ち図1の破線のようになる。）従って、部材が引張りまたは圧縮を受けた場合（座屈を考えない）、全面降伏の状態まで最終強度に達して部材の崩壊ということになる。普通構造用鋼では軟鋼、高張力鋼共、上述の理想化が可能である。

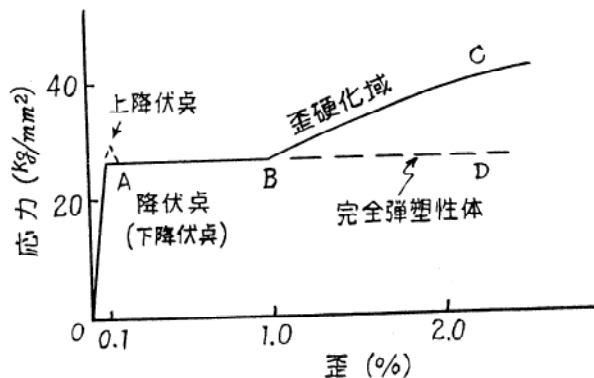


図1 構造用鋼の応力・歪関係

上の説明で材料の延性が相当程度期待出来ることが解ったが、この種の材料で作られた部材が梁のように曲げモーメントを受ける場合も相当程度の回転容量が期待出来る。梁に働く曲げモーメント (M) と曲率 (ϕ) との関係は図2および図3のようになる。この場合、梁の断面の応力分布は引張りの部分と圧縮の部分とからなっていて、これらの力が偶力をなし曲げモーメントと釣り合う。従って、断面の各点は材料の引張り試験の時と同様な性質を示すことになる。梁の断面の最外部が降伏応力に達した時の曲げモーメント (M_y) のもとで断面の応力

分布は図3の(a)となり曲げモーメントが増大するにつれ(b)のような応力分布を経て最後に(c)の如く断面全体が引張りと圧縮の降伏になる。この時の曲げモーメントを全塑性モーメント (M_p) と呼び断面がこの状態に達するとそれ以上の曲げモーメントに耐られず回転する。このような断面では抵抗力が全塑性モーメントであるような関節になっており、この状態を塑性関節と呼ぶ。図2から知られる如く断面が降伏モーメントに達した後、全塑性モーメントになるまでの余剰強度が断面形状によって可成りの相違を示している。この降伏モーメントに対する全塑性モーメントの比、 $M_p/M_y=k$ を形状係数と呼び、その値を同図中に示す。通常、曲げモーメントと曲率の関係も理想化され図3の破線の如きものとして取扱う。

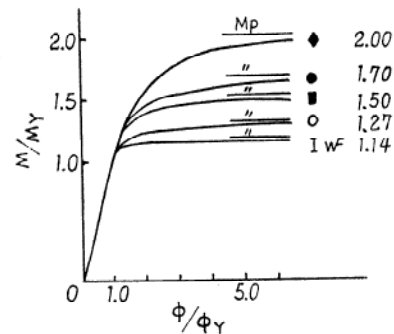


図2 曲げモーメントと曲率の関係

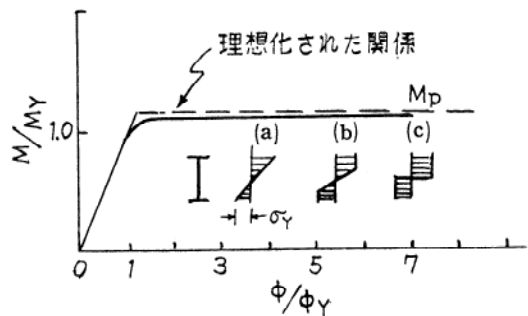


図3 理想化された曲げモーメントと曲率の関係

上述したように部材の余剰強度はその断面形状によって異なるが、他方部材の端末条件によっても異なる。たとえば、梁が等分布荷重を受けている場合、梁にかかる全外力と中央の撓みとの関係は図4の如くなる。梁の両端で単純支持されている同図(a)の場合、荷重の大きさを増すと梁は中央断面の最外部において降伏応力に達する。更に荷重を増加すると中央断面の降伏した部分が次第に拡がり最後に塑性関節となる。この梁は単純支持されているので、中央断面で塑性関節が生じると他にこの梁の撓みを拘束する力が無いため梁は限りなく撓みを増し遂に

崩壊する。これを理想化した曲げモーメントと曲率の関係を用いて表わすと同図の破線のようになり荷重が最高荷重 (P_u) に達するまで弾性的でその荷重において崩壊することになる。同様に、理想化された関係を用いて両端固定の梁の挙動を表わすと同図(b)の如く二つの点での折れ線になる。第一番目の折点は、丁度梁の両端で塑性関節が生じる時である。ここで梁の両端に塑性関節が生じても梁は崩壊しない。第一番目の折点に達するまでは梁は弾性的で梁および両端の拘束力が同じ割合で荷重を受けもったが、これ以後の荷重の増加に対しては飽和に達した両端の拘束力は寄与出来ず単純支持の梁として働くことになる。更に荷重を増加すると中央に塑性関節が出来る。これが第二の折点であり三つの塑性関節を生じた梁は、際限もなく撓みを増加し崩壊する。このように同じ梁でありながら梁の末端条件によって、その降伏荷重および最高荷重が相当違っているし、余剰強度も違っている。

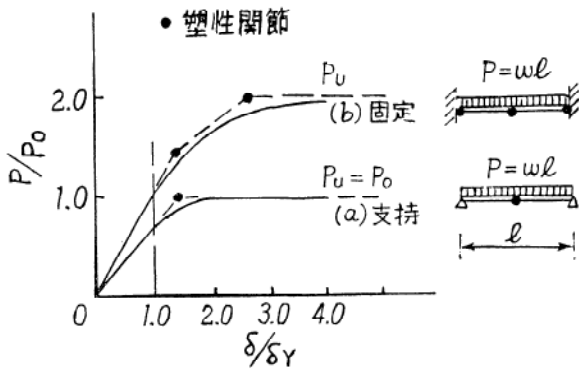


図4 末端条件と最高荷重

上例では余剰強度が構造様式によって異なることを示したが同時に梁が最終強度に達して崩壊するのに必要な塑性関節の数も構造様式によって異なることがわかった。塑性設計法によると構造物の最終強度の検討は崩壊に達するまでの過程を順次追わず最後の崩壊機構から計算することが出来る。

この節で述べた条項を総括し、理論と実際との関係を説明するため一つの大型試験結果を紹介する。実験された構造物は図5に示す大型門型フレームで柱と梁は溶接によって剛に接続されている。荷重は図6に示したように梁の4点と柱の2点に水圧ジャッキで加えられた。荷重の増加に伴う屋根の頂点の鉛直撓みを図6に示す。実線は実験の計測点を結んであり、破線は塑性設計法による理論計算結果である。この両者はよく一致しており、塑性設計法を用いて構造物の最終強度を良い精度で計算出来ることを示している。なお、同図に示した塑性設計法による使用荷重は計算で求めた最高荷重を1.88で除し

た値であるがこれは同じ構造において梁が柱との接点で単純支持されている場合の弾性設計法による使用荷重に対する比が1.88であるので、この場合に対しても同じ安全率を採用したものである。従って同図の構造に対して弾性設計法による使用荷重は塑性設計法によるものより25%低い値であり、もし塑性設計によってその使用荷重に耐える構造を設計する場合もう少し軽量の型鋼を用いて構造物の重量を約20%節約出来る。

一方、この試験に供された構造物における部材は座屈(局部座屈を含む)を生じない寸法になっており、塑性設計による使用荷重時の撓みは安定係数の選び方にもよるが、ここでは図6から知られる如く充分小さいものになっている。

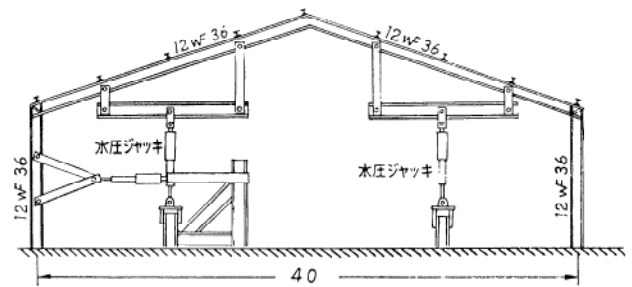


図5 大型試験模型

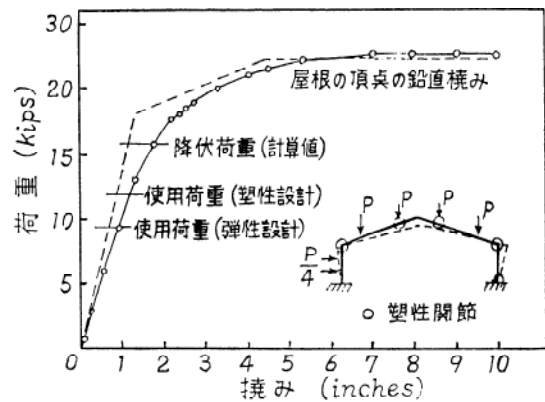


図6 大型試験結果

4. 塑性設計計算の仮定と諸問題

前節で塑性設計法の基礎になっている考えについて説明したが塑性設計計算を行うために下記の如き仮定の上に諸定理があり、これらの定理をおかさないような条件のもとで塑性設計計算を行う。いくつかある塑性設計計算法の中で最も広く用いられているのが仮想変形法で構造物の崩壊に必要な数の塑性関節を作りその状態に釣り合う荷重を計算するのである。種々の可能な崩壊形式の中で、最も小さい最終荷重を与えるものを真の崩壊荷重とする方法である。次に単純塑性設計計算の仮定を掲げ

る。

- (1) 部材の全塑性モーメントに及ぼす軸力および剪断力の影響は無視する。
- (2) 崩壊荷重に達する以前に不安定現象（座屈，屈服）を起さない。
- (3) 構造物に加えられた荷重は各々荷重が単調に増加して行く比例荷重である。
- (4) 材料の脆性破壊は発生しない。
- (5) 疲労，クリープ，応力集中等は考慮しない。

実際の構造物を取扱う場合これらの仮定に含まれた問題が関係して来る。特に(1)および(2)が問題になる場合が多いが、これらに対して実際の計算には充分な程度の研究が進んでおり、(1)に対しては軸力および剪断力の影響を考慮した全塑性モーメントの値を用いればよく、(2)に対しては不安定現象を起さずに充分な回転容量を示す寸法比のものを選ぶことが出来る。

仮定(3)によると構造物に働く荷重が何れも比例的であると考え、ところが実際の構造物では互に無関係に変動する荷重を受けることが多い。たとえばクレーンを支える構造では絶えず荷重が変動している。このような状態において起る崩壊には交番塑性崩壊および漸増塑性変形による崩壊とがある。前者は荷重の交番的性質によって部材は正負の曲げモーメントを繰り返し受け降伏歪を生じ、数百回ないし数千回程度の荷重の繰り返しを受けて破壊する現象である。一方、後者の崩壊は余り容易に予知出来ないものであるが、変動繰り返し荷重がいくつかの危険な組合せの状態で連続的にかなり定ったサイクルで構造物に働く場合に起り得るものである。変動繰り返し荷重の各サイクル毎の構造物の撓みが或る量だけ増加し、やがて許容出来ない程の大きい撓みが生じる。これが漸増塑性変形による崩壊である。これに反して各サイクル毎の構造物の撓みが減少して行くようになり遂には毎サイクルにおける構造物の応力変化が弾性域でしか見られなくなる場合、構造物は安定した、または Shake-down したと言う。この問題は実験結果から考えて実際には、やがて歪硬化が起り構造物を助けるので理論が示す程、危険なものでないようであるが未だ研究が完成されていない現状でこの種の考察を無視するわけには行かない。

この他、使用荷重時での構造物の撓みの大きさに対する検討を必要とするが、これは特に塑性設計された構造物に限られたものでなく弾性設計されたものに対しても行われていることである。一般に剛性が特に重要な場合以外は使用荷重時での撓みは問題にならないようである。

これまで塑性設計法について概説したが実際に設計を行う場合、構造物の骨組の形や大きさおよび予想される

荷重が与えられ、それに対して設計基準をもとに幾つかの設計が可能である。その中で何れを選ぶかは多くの経済的な要素を考慮する必要があるが、最も重要で支配的な要素と考えられるものは最小重量設計である。この最小重量設計は、部材の全塑性モーメントと単位長さ当りの重量の関係を与えて構造物の重量を部材の全塑性モーメントと長さの積の関数として表わした重量関数を用い、その重量関数を最小にするような設計の問題として取扱われている。簡単な構造に対して適用出来る理論はあるが未だこの分野の研究は少く将来にまつ面が多い。実際この最小重量設計法が確立されると塑性設計法の特徴を充分発揮することが出来る。

5. 塑性設計の実用例と将来

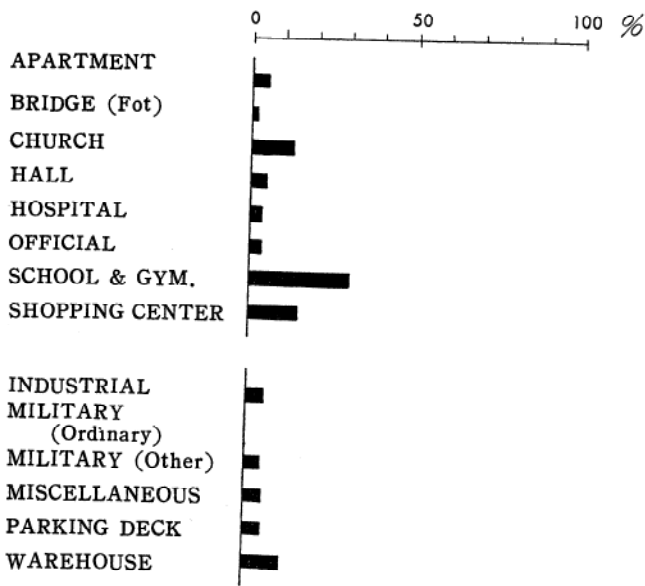
構造物の最終強度を設計基準としたのは建築材料として、石、レンガ、土等が使用されていた時代にあったと考えられているが鋼構造物に最初に意識的に塑性設計法を適用したのは1914年ハンガリーでアパートの設計が行われた時である。その後1939年に英国で戦時、空襲避難所を塑性設計し1,200,000も作って成果を挙げた。更に、1948年に英国標準規程 449 で塑性設計を認めており4年後の1952年に初めてこの設計法による建築が行われた。

表1 世界各国における塑性設計の現状 1960年3月

国名	塑性設計に関係した規程	最初の建築	建築件数
AUSTRALIA			約 10
BELGIUM	準備中		
CANADA	Nat'l Bldg Code (1953,60)	1957	約 20
INDIA	ISI		
JAPAN	準備中		
HUNGARY		1914	約 5
UNITED KINGDOM	BSS 449 (1948,59)	1952	約1000
YUGOSLAVIA	準備中		約 5
UNITED STATES	AISC (Dec. '58) BOCA (May. '59) IBOC (Oct. '59) SBC (Nov. '59) NBFU Nat'l Bldg Code (Advisory) New York State New Orleans Atlanta Chicago Baltimore Los Angeles City & County San Francisco Seattle	1957	約 175 27州

* 文献7参照

表2 塑性設計建設内容



それ以後、急速に発展し、1958年までに少数の4～5階建ビルディングを含む600以上の工業用建物が建設されている。一方、米国では米国鉄鋼協会が1946年にその規程の改正で、部材の中間支点での許容応力の20%増加を認めている。これは塑性設計の考えを或る程度考慮したもといえるが同協会が塑性設計の規程を採用したのは1958年12月である。その一年余り前に初めて塑性設計による倉庫が作られ現在では相当数の建築量に達している。この種の資料としては少し時間が経過しているが1960年3月における世界各国の塑性設計の実例を表にすると表1となり建築された構造物の種類は表2の如くである。

陸上構造物はもちろん、船舶にも塑性設計法の考えが部分的に応用されている。古い例として米国空母レインジャー号では滑走甲板の補強部材と横助骨が塑性設計されている。現在では船の水密の隔壁、横強度部材その他マスト等の設計に適用することが研究されている。この様に造船界での塑性設計の研究は活発で、前回の国際船体構造会議(1964)で塑性設計分科会が設立され国際協力のもとで本格的にこの問題と取組むことになった。

これまで塑性設計法が用いられたのは主に1～2階建の骨組構造であったが今後、多層建築の骨組を始めトラ

ス、橋梁、アーチ型建物、船舶の設計に益々適用されると思う。塑性設計法は現在発展しつつある学問の分野であり、そのためには未だ解決すべき問題も多い。たとえば多層建築の骨組の問題に関しては先ず柱に分配される荷重の大きさとか最悪の荷重状態を知らねばならない。また多層門型骨組で柱と梁の接合点が塑性化した時の骨組合体としての安定問題がある。橋梁においては疲労に対する制限もあるが移動荷重を静的に取扱うための研究や漸増塑性変形による崩壊荷重を計算する方法等も問題である。船舶は構造物の中では最も複雑なものの一つであるがその内で比較的、塑性設計法を適用し易いと考えられる横助骨についても油槽船の場合には剪断の影響が大のため現在ではウェブの非常に深い、長さの短い梁が使用されているがそのような梁への適用方法等が明らかにされねばならない。

この様に多くの未解決の問題を残している新しい設計法であるけれども、より合理的で経済的な設計法としこれらの問題の解決のために今後より多くの人の努力を集めることと思う。

限られた枚数で塑性設計法について述べることは浅学な筆者にとって難しいことで理解し難い点多かったことと思う。詳しくは、それぞれの専門書によっていただきたい。少しでも構造物の塑性設計法に対して読者の興味を深めることが出来たら筆者の喜びとするところである。

文 献

1. 倉西正嗣：極限設計法，オーム社（昭和29年）
2. J. F. Baker, M. R. Horne, and J. Heyman: The Steel Skelton, Vol.2, Cambridge University Press (1956)
3. B.G. Neal: The Plastic Methods of Structural Analysis, John Wiley & Sons Inc. New York (1956)
4. L.S. Beele: Plastic Design of Steel Frames, John Wiley & Sons Inc. New York (1958)
5. P.G. Hodge, Jr.: Plastic Analysis of Structures, McGraw-Hill Inc. New York, (1959)
6. 木原博監修 塑性設計法，森北出版（昭和35年）
7. L.S. Beedle: On The Application of Plastic Design, Fritz Engr. Lab. Report No. 205.70, Lehigh Univ. U.S.A. (1960)