

ナイキスト問題

—デジタル通信における波形伝送の諸問題—

滑 川 敏 彦

大阪大学工学部通信工学科

笠 原 正 雄

1. はじめに

1952年にアメリカン航空会社の座席予約システムにはじまったといわれるデータ通信は、我国においても国鉄の座席予約システムをはじめとして、1950年代すでに各所で研究が開始された。1960年代にはいとデータ通信の中央処理装置として磁気ドラムにかわって汎用電子計算機が登場すると、現代社会における各種の機能を有機的かつ効率よく結びつけるもの——いわゆる情報化時代を担うものとして一躍はなやかな脚光をあびるに至ったのである。米国においてすでに実用され我国においても急速な発展が見込まれているテレタイプ等による電子計算機のオンライン使用が進み、また現在国家的事業の一つとして考えられている CATV (Cable Television)¹⁾ が進展すればさらにこの傾向に拍車がかかるであろう。

このデータ通信に対して

1. 誤りの制御 (Error Control)
2. 等化 (Equalizing)

の二つの問題は非常に重要であり、現在各所で活発に研究されている。情報理論あるいは通信方式論における主流をなしているといっても過言ではないであろう。1. の誤り制御に関しては1949年に C. E. Shannon²⁾ によってその基礎が形づくられると情報理論における主要テーマとして各国各所でとり上げられ研究されてきたのである。しかるに2. の等化の関し問題にては今から約40年以上も前、すなわち1928年に H. Nyquist³⁾ により理論的基礎がつけられていたのである。誤り制御に関する研究が Shannonの

論文以後直ちに開始されたのに対し、Nyquist によって提起された等化の問題は、その理由がきわめて高く評価されていたにもかかわらず、Nyquist に続く研究はつい最近にいたるまでほとんどなされていなかったのである。この理由は恐らくはデータ通信の初期にあたる1950年代において、データ通信にはまず信頼度の点が重要視されたためであり、つづいて1960年代に入り、特に1965年前後にデータ通信には量的な増加が要望されはじめたことによるものと思われる。ナイキストの提起したデジタル通信に関する等化の問題は1965年を前後にしてよみがえり、いわゆる「ナイキスト問題」として再発展の道を力強く歩みはじめている。本小文ではこのナイキスト問題を新しい視野にたって解説してみたい。

2. パルス伝送における

ナイキストの条件

2.1. 等化問題の基礎

図1に振巾変調された送信インパルス系列を示す。総合の伝達特性 $H(\omega)$ は

$$H(\omega) = S(\omega) T(\omega) R(\omega) \quad (1)$$

となる。伝送路 $T(\omega)$ は与えられたものであるから $S(\omega)$, $R(\omega)$ を調整することにより都合のよい応答波形を得なければならない。これが等化の問題である。図1に示した応答波形の一つは標本点の振巾値に関しては相互に何の干渉もなく、したがって望ましい応答波形の一つであることが明らかであろう。1851年に大西洋電信

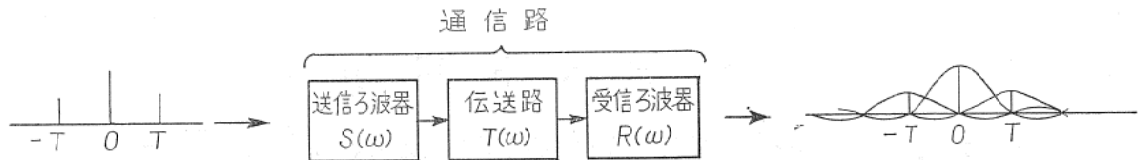


図1 インパルス系列に対する通信路の応答

会社の海底ケーブルが英米間に完成され、英国ヴィクトリア女王より米国のグギャナン大統領に90語のメッセージが送られたが、等化の問題が全く未解決のままであったためになんと67分を要しているのである⁴⁾。デジタル通信の高速化への歴史はそのまま等化問題の歴史であったといっても過言ではないであろう。その意味で1928年のナイキストのパルス伝送における基本定理に示された符号間干渉 (Intersymbol Interference) を除去するための3条件は高く評価されるべきものである。

図1に示した総合伝達関数 $H(\omega)$ を

$$H(\omega) = A(\omega) e^{-j\phi(\omega)} \quad (2)$$

と表わそう。任意の送信波形列が完全に無歪で伝送されるためには1887年にすでにヘビサイドも指摘したように振幅特性が周波数軸に関して平坦であり、また位相特性は周波数に正比例することが必要である。インパルスの周波数成分は0から ∞ にまで広がっているために物理的に実現可能な通信路でのインパルス応答は必ず歪んだ形になる。デジタル伝送におけるもっとも基本的な問題の一つである「等化、はインパルス応答波形を都合のよい形に歪ませることであると言えよう。

2.2 ナイキストの基準

理想的な低域ろ波器の特性 $A(\omega) e^{-j\phi(\omega)}$ を

$$A(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq 2\pi W \\ 0 & |\omega| > 2\pi W \end{cases} \quad (3)$$

$$\phi(\omega) = \omega\tau \quad (4)$$

とするとインパルス応答 $g(t)$ は

$$g(t) = 2WSa(t) \quad (5)$$

ただし

$$Sa(t) = \frac{\sin 2\pi Wt}{2\pi Wt} \quad (6)$$

となる。 $Sa(t)$ は周知のように標準化関数と呼ばれる。応答波形 $g(t)$ を最大振幅が1になるように正規化して図2に示す。この応答波形は $T = \frac{1}{2W}$ ごとに0になっている。したがってちょうどT秒間隔でインパルス系列が送られるならば標本点に関するかぎり相互に何らの干渉もなく通信できることが明らかであろう。しかしながら式(3), (4)で示すような理想的な低域ろ波器は物理的に実現可能ではなく、またそのインパルス応答は振動が大きくパルス系列の標本点を正確に検出しなければならないという欠点をも有している。ナイキストによれば標準化関数と同様に符号間干渉のない波形は無数に存在する。その条件は位相特性は周波数に正比例する

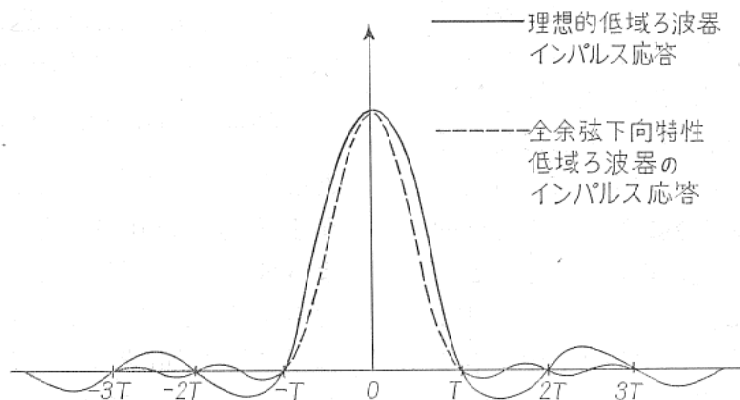


図2 インパルス応答

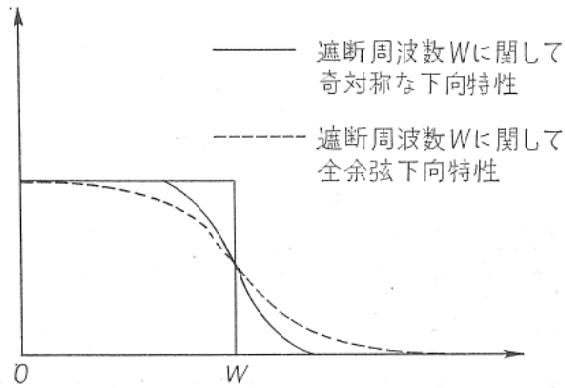


図3 ナイキスト基準を満足するろ波器

が振巾特性は図3に示したように遮断周波数 W に対して奇対称に変化させることである。このようにすることにより、ろ波器も物理的に実現可能となる。特に点線で示したように直流の部より余弦状に変化する全余弦下向特性の場合にはその応答波形は図2の点線ようになり、振動部分がいちぢるしくゆるやかになっていることが観測できよう。またこの波形は標本点間の中央点における巾が図2に示したようにちょうど T に一致するといういちぢるしい特徴をもつ。

符号間干渉を除去するためのナイキストの第一基準とはインパルス応答波形が尖頭部分を除いて時間軸と等間隔に交差すること、すなわち「標本点における符号間干渉を除去する条件」であり、また第二基準は「標本点間の中央点における符号間干渉を除去するための条件」である。全余弦下向特性のろ波器に対するインパルス応答はナイキストの第一および第二の基準を同時に満足させることができ、実用上理想的な伝送波形の1つである。

以上述べたナイキストの理論は簡明であり、通信工学における一つのまことに大きな定理として今日まで存在してきたのである。しかるに前述のように1960年代に入ってナイキスト理論は新しい再発展の時期を迎えるのである。なお文献については過多になるのをさけるため必要最小限のものだけにとどめることにした。

3. ナイキスト理論の再発展

ナイキスト理論の再発展の流れを組織的に系統づけることは、ナイキストの提起した問題を

各人各様に解釈し拡張していったため困難なことである。むしろこの流れはナイキスト理論を始点とする幾つかの並列的な流れとしてとらえることが自然と思われる。

まず1961年にE.D. Sundeがナイキストの理論をASK (Amplitude Shift Keying)あるいはFSK (Frequency Shift Keying)等の搬送方式に適用した。Sundeの理論は高く評価され、たとえばW. R. Bennetの著書「データ伝送」にも詳しく解説されているが、Sundeの導いた幾つかの結論のうち、繰り返し周波数を相等しくする2進FSKと2進ASKの所要帯域巾は同一になるという結論についてはかなり手厳しい論評が加えられているのが注目される。

じつはこのW. R. Bennet自身も1955年、米国における能動回路に関する学会で「量子化帰還 (Quantized Feedback)⁴⁾ という符号間干渉を除去する一つの手法を再発見しているのである。この量子化帰還はインパルス応答波形の後半部分を判定帰還することより符号間干渉を除去しようとするものであり、1920年代初期の米国特許にもとづいている。この米国特許はナイキスト以前に符号間干渉を除去することが考えられていたことを具体的に示しているが、量子化帰還はインパルス応答の後半の部分だけを補償するのであるから完全な補償とは言いがたない。この量子化帰還は1966年にP. L. Zadorにより再びとりあげられている⁵⁾。Zadorは白色ガウス雑音が存在する2進対称通信路での量子化帰還の受信状態遷移をランダム・ジャンププロセスとしてとらえ、難解な復号後誤り率をみごとに算出している。この量子化帰還は実用性にも富み、同軸ケーブルを用いた超高速PCM (Pulse Code Modulation) 方式における中継伝送に必要な技術の一つとしてきわめて現実的な立場から検討が加えられている。これは後述するデジタル自動等化器 (Digital Automatic Equalizer) が速度にほぼ比例した規模のタップ付き遅延線を要するため、本質的に低い速度でしか適用し得ないのに対し量子化帰還は集中定数素子で実現できるところに原因がある。1966年尾佐竹、田中によって標本値を判定した上で

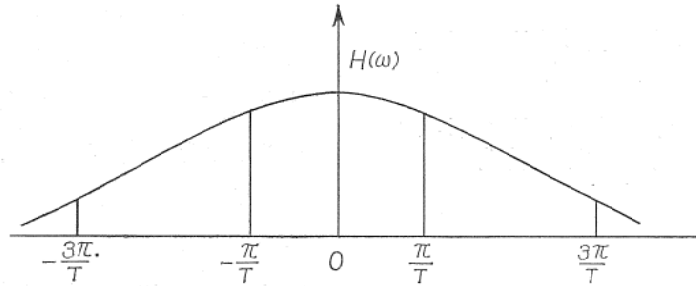


図4 一般化された総合伝達特性

符号間干渉分を帰還する方式が提案されており興味ぶかい。

1961年, I.Gerst と J.Diamond は純粋な信号設計 (Signal Design) の立場から符号干渉を除去することを試みた。それはある時間間隔 T の外側では完全に 0 になる波形を求めることであったが、周知のように時間軸上の有限区間 Δ ($\Delta \neq 0$) で完全に 0 なる波形は所要帯域巾が有限ではあり得ないために、この方法は純粋理論の域を出ていないようである。

等化に関するナイキストの理論は完全であり修正あるいは一般化の余知がないように思えたのであったが、1965年 R.A.Gibby と J.W.Smith によってその一般化がなされた。彼らの考え方は明快であり、ナイキストの理論を上塗りするような複雑な理論を展開したのではない。すなわちナイキストの等化条件のように振巾特性、位相特性を分離して考えたのではなく、総合伝達特性を

- (i) ナイキスト間隔で小分割する
- (ii) オイラーの公式により実部と虚部とに分ける

という単純な二つの手法を用いて一般化に成功したのである。式(1)で示した総合伝達特性 $H(\omega)$ を一般に図4のように示し、このろ波器に対するインパルス応答を $h(t)$ とする。標本点を一般に kT とすると標本点における符号間干渉 0 の条件は

$$h(kT) = h_k = h_0 \delta_{k0} \quad (7)$$

である。ただし δ_{k0} はクロネッカーの記号であり

$$\delta_{k0} = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \quad (8)$$

である。伝達特性 $H(\omega)$ に対するインパルス応答

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (9)$$

により

$$\begin{aligned} h(kT) &= h_k = \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega kT} d\omega \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} H\left(u + \frac{2n\pi}{T}\right) e^{ju kT} du \end{aligned} \quad (10)$$

である。これより $H(\omega) = A(\omega) e^{-j\phi(\omega)}$ とおくとナイキスト第一基準を満足する条件として

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A\left(u + \frac{2n\pi}{T}\right) \cos\phi\left(u + \frac{2n\pi}{T}\right) &= \frac{r_0 T}{2\pi} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} A\left(u + \frac{2n\pi}{T}\right) \sin\phi\left(u + \frac{2n\pi}{T}\right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

が導かれる。ただし u は $-\frac{\pi}{T} \leq u \leq \frac{\pi}{T}$ である。この条件はナイキストの第一基準を一般化したものであることが明らかであろう。

$$A(\omega) = 0 \quad |\omega| \geq \frac{2\pi}{T} \quad (12)$$

である場合には式(11)の条件はナイキストの第一基準に全く一致する。

さて我々はここで、これまでの議論では通信におけるもう一つの擾乱 (Disturbance) である雑音に対する考慮が全くなされていなかったことに気づくであろう。より現実的な立場からは雑音と符号間干渉とを同時に考慮し、評価基準としての誤り率、平均自乗誤差等を最小化することが望ましい。このいわゆる同時最適受信機 (Jointly Optimum Receiver) も 1965 年を前後にして開始されている。この研究の中心は D.W. Tuft であるというのが衆目の一致するところである⁷⁾。彼は変分法をたくみに駆使して同時最適受信機の構造を明らかにした。彼によれば符号干渉と雑音との両者が同時に存在する通信路

において、平均自乗誤差を最小化する最適受信機は整合ろ波器とトランスバーサルろ波器を連続に接続することにより構成できる。Tuftは多数の論文を発表してこの種の研究における中心的な役割を果たしたのであるが、Tuftはその論文のなかで、雑音と符号間干渉に対する同時最適化を最初に行ったのは1963年におけるJ.C. Hancockらであると述べている。Tuftの最適受信機が平均自乗誤差を最小化したのに対し、Hancockは任意の受信ベクトルに対し事後確率を最大にするメッセージを選択するいわゆるBayes形受信機を考えているところに相違がある。彼は2個の隣接する標本点のみに符号間干渉が存在する場合について考察しているが、1966年HancockはR.W.Chungとともにさらにこれを一般化することに成功している⁹⁾。すなわち彼らは一般に符号干渉のある場合には最適受信機は m 重マルコフ情報源に対するBayes形受信機として与えられることを示し、また復号後誤り率を米国ベルシステムのデータ回線を用いてシミュレーションにより求めている。彼らの方法の原理はその後K. Abendによって受けつがれた⁹⁾。Abendの受信機はより実用的な逐

次復号形であるものの、一般にこれらBayes形受信機は実用化にはいまだかなりの距離があるように思われる。

以上述べてきた数種の方法の比較がR.W.ChangとJ.C.Hancockによってなされているので、これを図5に示しておこう。

注目すべきことは最近G.D.Forneyによってたたみ込み符号に対する優れた復号法である、いわゆる「Viterbi復号法」が符号間干渉と雑音とが同時に存在する通信路にも有効であることが示されたことである¹⁰⁾。Forney自身も指適しているように小林が後述するパーシャル・レスポンス通信路のSN比改善のためにViterbi復号法をすでに応用していた。小林、Forneyらにより同時最適化を行う複雑なBayes形受信機が、準最適な形でかなり現実的になったと言っ

てよいであろう。ナイキスト問題のうち、実用上もっとも注目を集めているものは、一つにはR.W.Luckyらによる自動等化器(Automatic Equalizer)であり⁷⁾、他はE.R.Kretzmerらによるパーシャル・レスポンス方式であろう¹¹⁾。現在我国でも実現が急がれている9600 bit/secという高速データ通信にはこの二つの技術がたくみにとり入れられようとしている。

Kretzmerのパーシャル・レスポンス方式はナイキストの第一基準に対し、「ピークを除いた標本点における値は0である必要があるか?」というきわめて単純な疑問をはさんだことにより出発しているようにみえる。この質問に対する解答は驚くべきことには「ピークを除いた標本点における応答は受信側に既知でさえあればこれを受信側で差し引くことが可能であるから必ずしも必要ではない」なのである。まさにパーシャル・レスポンス方式はコロンブスの卵的着想と言えよう。ただしこの上述の原理をそのまま実現した受信機では雑音によって標本値を一たん誤まって復号すると、以後誤りは伝播するという欠点を伴う。KretzmerはA.Lenderのポリバイナリイ符号に対し同様な理由で適用されていたPrecodingを応用して誤りの伝播をふせぐことを考えた。その後、金谷によりパー

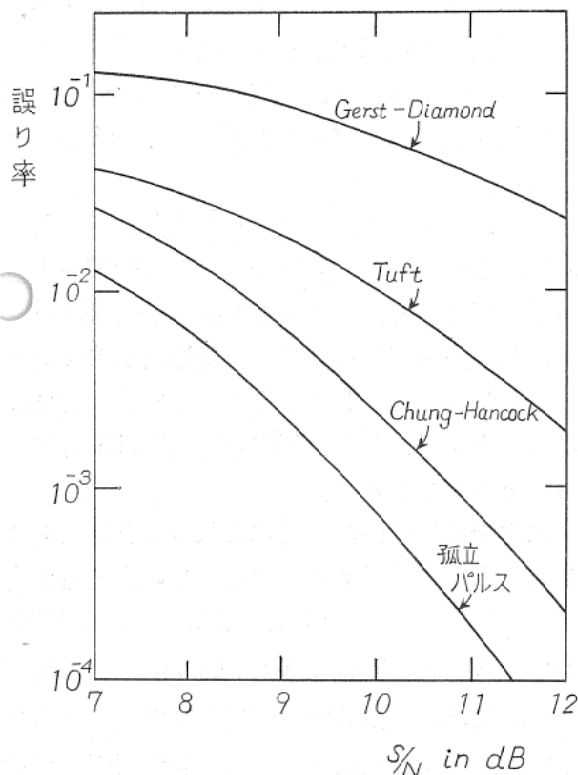


図5 各種方式の比較

シャル・レスポンス方式は一般化され、通信路をオートマトン表現することにより Precoding の機構が解明されたことは注目されよう¹²⁾。また P.E.Schmid らによる周波数領域でのパーシャル・レスポンス方式も興味ぶかい。通常のもレベル符号とある種のたとえば Class-4 と呼ばれるパーシャル・レスポンス方式とを比較すると後者は搬送方式で用いる場合その電力スペクトルが中心部に集中するため歪を受けにくく、またタイミング用信号等を原信号を歪ませることなく重畳できるという特長をもつ。

ナイキスト理論の再発展の流れのなかで最も力強い流れは最後に述べる R.W.Lucky らを中心として始まった自動等化器に関する研究に見られるであろう⁷⁾。実用性に富み且つ理論上未解決の問題が中広くひろがっている。自動等化器は図3に示したトランスバーサル・ろ波器のタップ利得を図7のように自動的に調整することを可能にしたものである。

周知のようにこのようなトランスバーサル・ろ波器に関する研究は古く、1924年にNyquist および Kupfmuller がとり上げている。さらに1938年 N.Wiener および Y.W.Lee によって研

究されている。彼らは最小位相推移形の回路の振巾特性および位相特性が互いにヒルベルト変換の関係によって結びつけられるのに対し、トランスバーサル・ろ波器は振巾特性および位相特性を互いに他を不変のままにして変化しうるという性質に注目したのである。

自動等化器は等化誤差の評価基準としてピーク歪を考えるかあるいは平均自乗誤差を考えるかによって、動作が異なってくる。たとえば Lucky の初期の論文にみられる自動等化器ではピーク歪を等化誤差の基準としているが、この場合は初期歪の大きさによっては等化不能となる場合を生ずる。しかしながら最近のほとんどの等化器に見られるように平均自乗誤差を等化基準にした場合には常にこれを最小化することが可能である。

自動等化器に関する研究は1965年の Lucky による自動等化器、適応形等化器に関する一連の論文が中心となり、現在にいたるまで非常に多数にのぼっている。

Lucky はある論文でこう言っている。

「電話線によるデータ伝送は 2400 bit/sec が限界であり、符号間干渉を克服することがより速いデータ伝送を行うための必要な条件である。従来の回路網技術による方法では音声の場合には等化可能であるが、高速データ通信の場合には不適當であり、デジタル的な等化器が必要となる」

現在、データ通信には量的な増加が望まれており、このために多値符号による高速データ通信が必要である。また通信路が交換機能をもち、したがって種々の特性の伝送路が時々刻々入りまじって使われることが、将来益々必要になることを考えると、適応形等化器は不可欠なものとなるであろう。

本文では具体的な内容にふれることは省略するけれども、Lucky 以前にも多数の研究者が自動等化器について考察し、また Lucky 以後においても H.R. Rudin, R.W. Chung による等化器の研究ほか多数の研究が内外においてなされている。D.A. George らによる判定帰還形自動等化器¹³⁾は先行パルスの影響をつぎつぎと引き

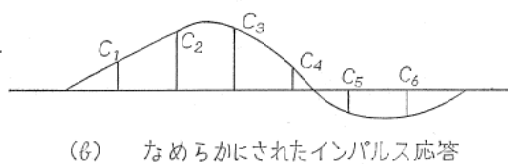
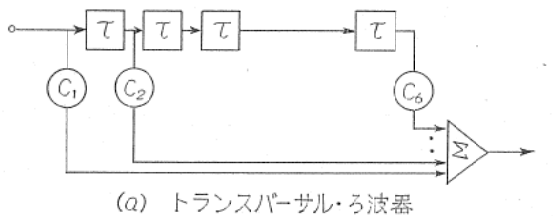


図6 トランスバーサル・ろ波器

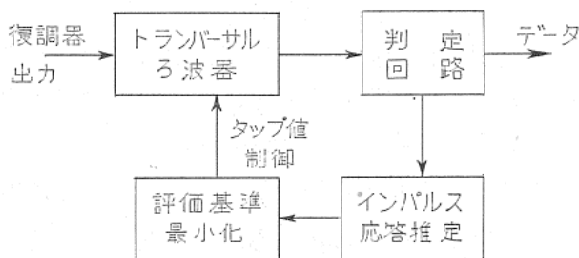


図7 自動等化器の原理図

文 献

去りながら等化していくものであり、Lucky らの自動等化器に Bennet, Zador らの量子化帰還の考え方を適用したものと言える。判定帰還形等化器は Chung-Hancock の Bayes 形受信方式に比べると劣るが Lucky らの自動等化器よりは優れた動作を示すことがわかっている。

以上述べてきた各種の等化器あるいは最適受信機は何らかの形で通信路のインパルス応答を推定している。

この推定に際しては情報の流れを中断することなく、また特別なテストパターン等を用いない方法が主流になりつつある。より現実的な立場に立ち、インパルス応答の推定誤差等も考慮することが必要であろう¹⁴⁾。収束時間、残留等化誤差、コスト等を考えると上記の方法のうち何れが優れるかは定めがたく、今後の研究実用化への努力にまたなければならぬと思われる。

4. む す び

1928年ナイキストにより提起され、現在再発展の道を力強く歩みはじめている「ナイキスト問題」を大ざっぱに解説した。データ通信の進展あるいは真の情報化時代の幕あけといわれる地域情報化システムの発展に伴いデジタル通信に関する信頼度の向上および量的増加の傾向が益々強まるであろう。これにより「ナイキスト問題」も益々工学的重要性を増すと思われる。

本文ではなるべく新しい視野より、ナイキスト理論の再発展の流れをつかむように努めた。本文が読者諸賢のこの方面での研究状況把握のための一助となれば幸いである。

- 1) T.Namekawa, M.Kasahara and M.Murata: "Two way Information Distribution System for Local Community", 1972 WESCON Technical Papers (1972)
- 2) C.E. Shannon: "A Mathematical Theory of Communication", Bell Syst. Tech. J. 27, p.379 (Part I), p.623 (Part II) (1948)
- 3) H. Nyquist: "Certain Topics in Telegraph Transmission Theory", Trans. AIEE, 47, (1928)
- 4) W.R. Bennet and J.R. Davey: "Data Transmission" McGraw-Hill Book Inc. (1965)
- 5) P. L. Zador: "Error Probabilities in Data System Pulse Regenerator with DC Restoration" Bell Syst. Tech. J., 45, p.979 (July 1966)
- 6) 尾佐竹, 田中: "パルス間干渉の改善——デジタル判定補償方式", 電気通信学会雑誌, 49, 10, p.1843 (昭41-10)
- 7) R.W. Lucky, J. Saltz and E.J. Weldon: "Principles of Data Communication" McGraw-Hill Book Inc. (1965)
- 8) R.W. Chung and J.G. Hancock: "On Receiver Structures for Channels Having Memory", IEEE Trans. IT-12, 4, p.463 (Oct. 1966)
- 9) K. Abend and B. D. Fritchman: "Statistical Detection for Communication Channels with Intersymbol Interference", Proc. IEEE, 58, 5, p.779 (May 1970)
- 10) G. D. Forney, Jr: "Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference", IEEE Trans., IT-18, 3, p.363 (May 1972)
- 11) E.R. Kretzmer: "Generalization of a Technique for Binary Data Communication", IEEE Trans. COM-14, 1, p.67 (Feb. 1966)
- 12) 金谷: "通信路のオートマトン表現と符号論理変換への応用", 電子通信学会論文誌, 52-A, 12, p.492 (昭44-12)
- 13) D.A. George, R.R. Bower and J.R. Storey: "An Adaptive Decision Feedback Equalizer", IEEE Trans. COM-19, 3, p.281 (June 1971)
- 14) 上田, 奥野, 笠原, 滑川: "適応形自動等化器の一構成法", 電子通信学会通信方式研究会資料CS72-80, (1972-09)