



原子炉雑音解析とARモデル同定

山 田 澄*

1. はじめに

わが国の原子力発電は昭和56年度の統計によると総発電量の約17%を占め、水力発電を抜いて火力に次ぐ重要な発電手段となった現在、原子力プラントにとって高い信頼性を確保し長時間に渡り安定した運転を行うことが一層重要な課題となっている。そのためには原子力プラントの定格運転時における信頼性の高いプラント動特性モデルの確立が益々必要となる。所が原子プラント、特に原子炉の定格運転状態における動特性は、核分裂連鎖反応、燃料体内で核分裂により発生した熱の伝導、そして沸騰水型原子炉での水と蒸気から成る二相流の振舞などに関し、核的、熱的、流体力学的なフィードバック現象が互に複雑に関連しているため、出力状態における原子炉動特性モデルを解析的に導びくことは非常に困難である。従って原子力プラントに対するモデルは個々の具体的問題に対し、使用目的に適したモデルを作ることが現実的である。原子力プラントの過渡応答の解析には、目的に応じて各種の計算機プログラムが開発されているが、この様なプログラムによる計算結果も、そこに用いられるパラメータによりかなりの差を生ずることがあり、場合によっては結果が逆転することもある。大型計算機による解析結果もどれが本当の解であるか判断し兼ねる場合がある。従って原子力プラントの動特性解析にあたり、計算機による解析に全面的に頼るといふ訳にも行かない。

2. 炉雑音解析

所で普通原子炉が定常に運転されている場合でも、炉内で起っている核分裂反応や中性子数は確率統計的なものであり、中性子検出器で検

出される中性子数や、核分裂反応により生じた熱を炉外に持ち去る冷却材の温度、あるいは炉内圧力は常に平均値のまわりで不規則に変動している。この様に不規則に見える信号のゆらぎも当然原子炉の動特性に支配されているものと考えられ、テスト信号を入れて動特性を測定することがほとんどできない原子力プラントにとっては非常に大切な情報源と考えられる。そこでこの不規則信号を解析することにより原子炉内の情報や動特性を引き出そうという試みを「原子炉雑音解析」(Nuclear Reactor Noise Analysis)と呼んでいる。原子炉の温度が核分裂により生じた熱でほとんど変化しない様な低出力炉を普通零出力炉(zero power reactor)と呼ぶが、この様な炉での中性子数のゆらぎについての理論モデルはわが国においても充分研究され、理論と実験とのよい一致が見られている。これに対し核分裂による熱に起因して種々のフィードバック現象が問題になる様な炉を出力炉(at-power reactor)と呼び、出力炉の中性子数、温度、圧力などのゆらぎは、先程述べたように非常に複雑で、理論的なモデルの確立は零出力炉に比べて一段と困難である。そこで原子炉をいわゆる black box と考え単にそこから得られる信号ゆらぎ時系列データに対し、各種統計的処理あるいは近年各方面で注目を集めているシステム同定の手法を適用して、原子炉の確率モデルを求めようとする試みが原子炉雑音解析にも多く見られる様になっている。用いられる確率モデルは多変数自己回帰(MAR)モデルが一般的であるが、これはMARモデル同定を行うための逐次計算アルゴリズムが確立されている上、この計算アルゴリズムは他の同定法に比べ色々利点が多いためである。一般に確率モデルは同定するシステムの物理的特性を全く考慮しない場合、同定された

*山田 澄 (Sumasu YAMADA), 大阪大学工学部原子力工学科, 住田研究室, 文部教官助手, Ph. D. 原子炉工学

モデルの信頼性に疑問が残る場合があり、システムについてすでに分っている情報を組み込む事により、より良いシステム同定が可能となることも知られている。この様にして得られる確率モデルは炉の安定性や制御性あるいは理論モデルの妥当性の評価に用いられる他、炉の信頼性向上、安全運転のためのプラント異常診断への応用、あるいは原子炉出力領域におけるフィードバック機構の解明、更には信号ゆらぎを引き起す雑音源メカニズムの研究まで広い応用が試みられている。

3. ベンチマークテスト

この様な原子炉雑音解析に関して第3回目の炉雑音専門家会議 (The Third Specialists Meeting on Reactor Noise : SMORN-III) が昭和56年の秋に東京で開かれた。この会議の特徴の一つは、新しい試みとして炉雑音解析に関するベンチマークテストが行われたことである。炉雑音解析のステップは大きく分けて二つある。まず時系列データを処理し、相関々数、パワースペクトル密度 (PSD)、コヒーレンス関数といった統計的指標を求める。次に炉物理解、炉工学の知識に基づいてその結果を解釈するか、更にシステム同定を行うことにより炉の安全性や制御に活用する。「この第一のステップに対する色々な手法が同一データに対して同じ知見を与えるかどうかを確認しておくことは、炉雑音解析の結果の相互比較や情報交換には非常に大切なことである¹⁾」という立場から炉雑音ベンチマークテストが計画実行された。データは JPDR-II のモデルに基づき原研のハイブリッド計算機を使って発生させた人工炉雑音と、オランダの Borssele 炉 (450 MWe, 加圧水型原子炉) およびフランス PHENIX 260 MWe, 高速増殖炉) の実測雑音である。これらアナログデータを原研で編集しデータレコーダ用テープの形でベンチマークテスト参加者に配付され、解析結果は相互比較を容易にするために規格が統一されたグラフとして報告された。私もこのベンチマークテストの実行委員の一人として、人工雑音の製作を担当するとともに、参加者から送られて来た全データを比較検討する機会を得た。課題の一つに3デカード

に渡る周波数領域での PSD の計算があったが、ほとんど全ての参加者は FFT (高速フーリエ変換) 法を用いた結果を報告し、これらは微細な差はあるが、おおむね良い一致を示していた。所が AR モデル同定から得られた PSD は、FFT 法に見られるピークや谷が平均化され滑らかな PSD となり、又3デカードの周波数領域を一つのモデルでカバーしきれないため、2~3つのモデルで表現すると PSD の接続ができないなど、かなり FFT 法の PSD との差が見られた。又各モデルともモデル次数がかなり高いことも特徴的であった。この様なことから「AR モデル同定法は一体真のシステムの特徴、例えば伝達関数の極や零点、あるいは PSD をどの程度良く同定するのであろうか」という疑問が生じた。又 FPEC (Final Prediction Error Criterion) と呼ばれる標価基準で決定されるモデル次数、データ数、真の PSD と AR モデルの PSD との差がどの様に関連しているのであろうか。そこで最も簡単な例題を計算機を使って解析してみることにした。

4. AR モデルの PSD²⁾³⁾

周波数伝達関数 $\frac{\eta}{s+\omega_1} + \frac{1-\eta}{s+\omega_2}$ ($0 < \omega_2 < \omega_1$, $0 < \eta < 1$) を持つシステムの出力信号をサンプリング周波数 ($\omega_s \gg \omega_2$) でサンプリングしたと考えた時、このシステムの理論的な自己回帰移動平均 (ARMA) モデルは $(1-bz^{-1})/(1-\alpha_1z^{-1})(1-\alpha_2z^{-1})$ の形で与えられる (ただし $0 < \alpha_1 < b < \alpha_2 < 1$)。このモデルで記述される時系列データの自己相関々数も理論的に与えられる。そこでこの理論相関々数、別の言い方をすると、非常に長時間データを収集し最も確からしい自己相関々数を得たとして、これを AR モデル同定した時、モデル次数 M の AR モデルにより与えられる PSD は、ARMA モデルの与える PSD とどの様な差があるだろうか。未臨界原子炉の最も簡単な動特性を ARMA (2, 1) モデル表現した場合を例として計算した結果が図1である。破線が ARMA モデルの PSD で実線がモデル次数が 5, 20, 50, 80 の AR モデルの PSD である。この例題では AR モデルの PSD は80次程度で真の値にほぼ

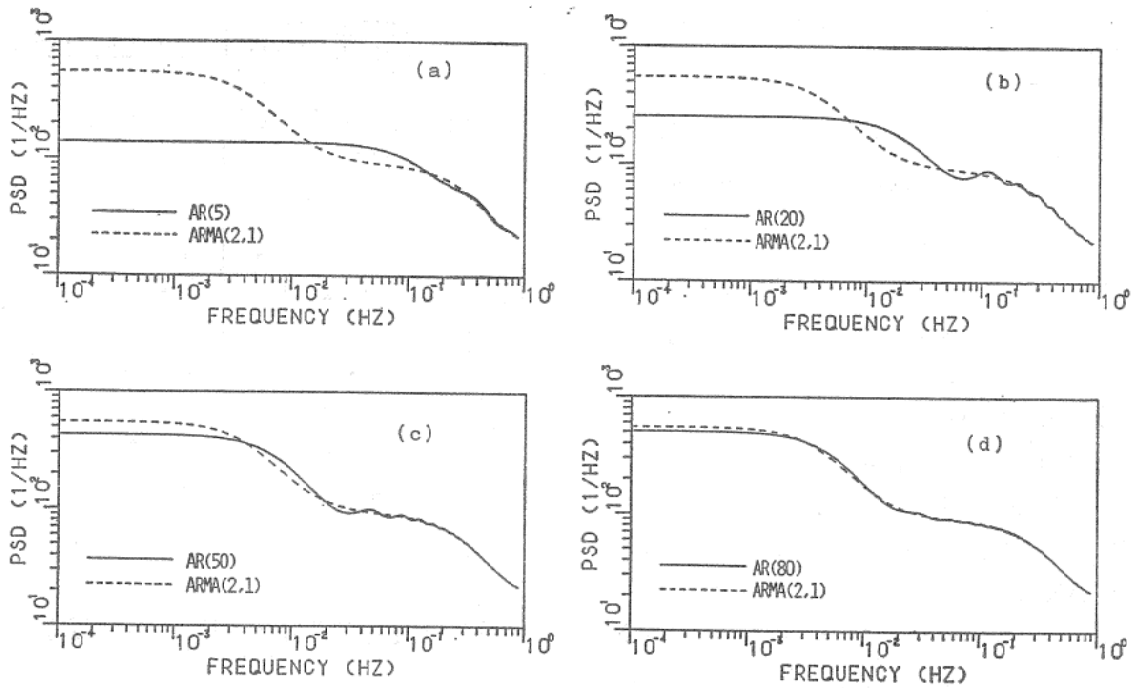


図1 AR モデル PSD の真の PSD への収束

近づいていると言えよう。このシステムの固有値は周波数領域で約2デカド離れており、低周波領域のPSDが大きな値を持っている。従ってFFT法を用いる場合、低周波領域での統計精度を上げるためには非常に多くのデータが必要となることは当然予測される。ARモデルの次数は普通あらかじめ分っていないから、この次数を決定する基準に先程述べたFPECあるいはAIC(Akaike Information Criterion)が最小となる次数をモデルの次数とする。ARモデル次数Mと計算に用いるデータ数Nの間には $M \propto \ln N$ の関係がほぼ成り立っていることはFPECやAICの定義から簡単に説明できる。これらのことを考え合すと、固有値が離れており、しかも低周波領域がもり上っているためARモデルは真のPSDに近づくために80次も必要となったのであろうか。

ARモデルはARMAモデルの近似であり、ARMAモデルのMA部 $(1 - bz^{-1})$ を分母の方に極の形で組込んでいると考えられる。そこで $(1 - bz^{-1})^{-1}$ を $|z^{-1}| < \frac{1}{b}$ の領域でTaylor級数に展開し、これをAR部 $(1 - \alpha_1 z^{-1}) \dots (1 - \alpha_M z^{-1})$ に掛けた後 z^{-1} のべき級数に展開し、 z^{-1} のM乗以上を切り捨てることにより、ARMAモデルをAR近似することができる。

このARモデルをTARモデルと呼ぶことにするが、このモデルのPSDとARMAモデルのPSDとの差は b^M に比例して収束することが簡単な計算で証明できる。このことからARモデルのPSD収束性はMAパラメータbに依存しているのではないかと予想される。そこでまずARMAモデルとARモデルのPSDの差を次の様に定義する。

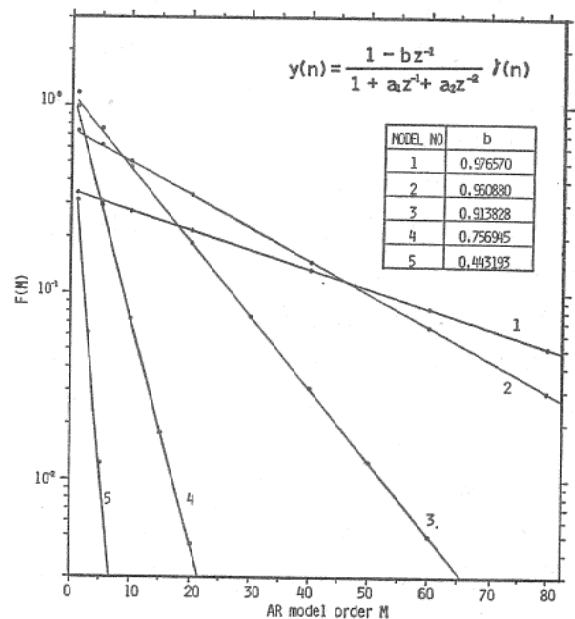


図2 ARモデルPSD収束性のb依存性

表1 bとqとの比較

MODEL NO.	b	q
1	0.976570	0.976574
2	0.960880	0.960882
3	0.913828	0.913988
4	0.756945	0.756982
5	0.443193	0.447166

$$F(M) = \max_{\omega} |\log \text{PSD}_{\text{ARMA}}(\omega) - \log \text{PSD}_{\text{AR}(M)}(\omega)|$$

次に ARMA (2, 1) モデルの AR パラメターを固定し、図2中のテーブルに示す5種類のbを持つ ARMA モデルと、各モデルに対する AR (M) モデルから F(M) を計算しプロットしたものが図2である。計算結果はどのモデルの場合もほとんど直線上に載っている。しかもbの値の最も小さいモデル No. 5では、わずか5次の AR モデルでほとんど真の PSD に収束している。ちなみにこの5本の直線を Aq^M で表わせるものと仮定し、直線の傾きからqを求めてみたのが、表1である。ほとんど計算機誤差程度で5つの例全て $b = q$ が成り立っている。ARMA (2, 1) モデルの零点bは周波数伝達関数の ω_1, ω_2, η , 及びサンプリング周波数 ω_s の関数であり、 ω_1 に対する重み η が大きい場合、即ち PSD が低周波領域で盛り上っている場合bは小さい値を取り、逆に η が小さくなると PSD は比較的フラットになりbは1に近づく。以上の結果から解釈すると、AR モデル PSD の真の値への収束の速さは、単に同定されるシステムの固有値のみにより決まるのではなく、又低周波成分が大きい PSD を持つからといって AR モデルの次数が高くなるとは限らない。逆に低周波成分があまり強くない全般的にフラットな PSD を持つシステムの同定が必ずしも低次の AR モデルで可能とは限らないことが分る。

5. AR モデルの極配置

AR モデルは ARMA モデルの極とどの様な関係にあるかを先程の未臨界原子炉の ARMA モデルについて調べた結果の一部が図3である。ARMA (2, 1) モデルの極は z^{-1} 平面実

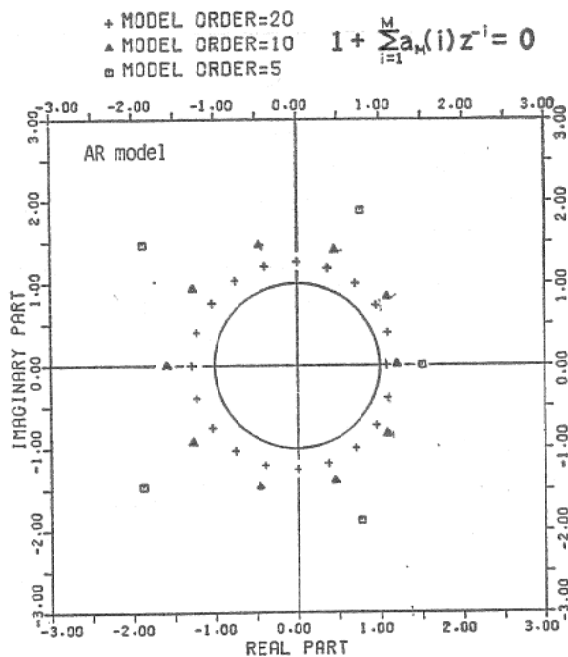


図3 AR モデルの極配置

軸上 1.015 と 2.094 にあり、この場合のbは 0.96351 である。5, 10, 20 次の AR モデルの極は半径が $1/b$ より大きな円周上に分布しており、次数を上げていくと実軸上の極は 1.015 に収束し、他の極は半径 $1/b$ の円周上に近づいていく。ここで ARMA モデルの極 2.094 は全く見られない。多分この極は AR モデルでは円環状に分布する極の円からのひずみとして表わされているのであろう。この様に AR モデルの極が円環状に現われること、及び次数Mが偶数の時に $-1/b$ よりやや大きな極が現われることは先程述べた TAR モデルから推測できる。しかし数学的に AR モデルと ARMA モデルの関係を厳密に解析するのはかなりむづかしい仕事の様であり、又今まで述べた事を多変数 AR モデルに拡張するにはまだ時間がかかりそうである。

参考文献

- 1) 弘田実弥, 篠原慶彦, 他: “原子炉雑音解析の安全関連応用における最近の進歩”, 日本原子力学会誌, Vol. 24, No. 3, pp. 188~198, (1982).
- 2) 岸田, 山田, 戸次: “炉雑音と時系列モデル (I), 二成分系の理論解析”, 日本原子力学会, 昭和57年秋の分科会予稿集A-16.
- 3) 戸次, 岸田, 山田: “炉雑音と時系列モデル (II), 二成分系の AR モデル表現”, 日本原子力学会, 昭和57年秋の分科会予稿集A-17.