



限界状態設計法による土木構造物の設計

小 松 定 夫

1. は し が き

構造設計技術者は対象とする構造物の機能性、施工性ならびに安全性について技術的に十分な考慮を払って設計業務を遂行しようと努力する。その際、特に安全性、機能性を確保するため、次の3段階の作業が適切に実施されなければならない。

- (1) 構造物に作用する支配的荷重のモデル化
- (2) それらの荷重に対する応答解析
- (3) 安全性および機能性の評価

一般に土木構造物に支配的影響を及ぼす荷重は大別すると人工的なもの例えば死荷重（構造物材、非構造物材の重量）、活荷重（交通荷重）および自然現象として発生するもの例えば風力、地震力、波力、温度変化、地盤沈下、積雪の2種類がある。

これらはすべて一種の統計量であって、これらの諸現象の実測データの広範な蓄積とその統計学的ならびに確率論的評価により初めて適確な設計荷重へのモデル化が達成できるわけである。ところが構造物の安全性を左右する過大な荷重の再現期間は極めて長いために、使用し得るデータには限度がある。殊に構造物が建設される地点の立地条件による特殊性を含むデータが重要であるにもかかわらず収集はかなりの困難を伴うことが多い。このようなわけで10年位前までは荷重の評価に関する研究は構造解析などの研究に比してはるかに少なかった。そのため稀少データに基づきかなり安全側の設計荷重が規定され、不経済な設計が容認されてきたきらいがある。一方、構造物の解析に際しては、幾何学的諸元や力学的諸元を理想化した構造モ

デルを想定し、決定論的強度評価がなされている。しかし実際には、これらの諸元の中には強度に影響を及ぼす種々の不確実性が含まれている。従来これらの不確実性の影響については模型実験に基づく総括的評価に依存していたがそれだけでは必ずしも十分といえない。

荷重ならびに構造物の持つこのような不確実性を統計学的に取扱い、対象とする構造物の安全性を確率論的に評価することを目的として信頼性理論が発達した。これは従来の決定論的な安全性評価の欠点や矛盾を解消し、それによって上述の段階(3)の評価内容の合理化を達成する足掛りを与えるものである。この種の理論の進展に伴い耐用期間内の破壊確率を推定し、それをある値以下に押えるような形で安全性評価における定量的取扱いが可能となる。また逆に信頼性理論に基礎を置く設計では、どのような統計データが要求されるかが明確となり、効率的にデータを蓄積することができるようになる。現に上述のような目的のもとに自然現象や交通荷重の測定などの統計解析が次第に行われるようになってきた。

2. 許容応力度設計法

周知の許容応力度設計法は19世紀における弾性理論の発達に伴い広く各国で採用されるに至った。現在でもわが国の道路橋示方書、DINの鋼構造関係の設計基準は、この設計法の代表的なものである。しかしこの設計法では、荷重および強度の不確実性、構造物の重要度、破壊の社会的および経済的影響が考慮されていない。安全率という大ざっぱな因子の中にあらゆる不明瞭なものを包含させて強度に余裕を持たせようとしている。ところが荷重の種類や荷重の組合せによる不確実性の差異ならびに応力の種類や破壊状態による不確実性の差異を無視す

**小松定夫 (Sadao KOMATSU), 大阪大学, 工学部, 土木工学科, 第1講座, 教授, 工学博士, 構造工学

ることはできない。特に荷重と強度の不確実性は全く異質のもので安全率という唯一の因子で画一的に処理することは不合理である。

もう1つの欠点は応力度のみを対象にし、局所的な安全性照査だけが重視されているため構造物全体の破壊に対するバランスのとれた設計ができない。さらに使用性の限界条件については、触れられていない。

3. 荷重係数設計法

荷重係数設計法は塑性解析の発達に伴い台頭したもので、主として構造物や構造部材の崩壊に対する安全性の確保に重点が置かれているので、崩壊に対しバランスのとれた設計ができる。また荷重の種類により荷重係数を適当に選べる。しかし許容応力度設計法の上述の短所の中で重大な部分がなお改善されずに残されている。

また実務設計において影響線が利用できないので部材の断面寸法の算定の段階から、崩壊条件を適用しようとするすると複雑な繰返し計算を強いられる。支配的荷重が数種類も複合するとますます繁雑になることは避けられない。

さらに荷重係数倍した設計荷重に対して安全であっても、現実に起こり得る公称荷重に対する各部分の強度や使用性についての不安が残る。

現在、米国の道路橋示方書(AASHTO)では許容応力度設計法と荷重係数設計法を包含して両者の欠点を補おうとしている。

4. 限界状態設計法

上述の2つの設計法においては、構造物がある種の強度上の限界状態(例えば降伏、座屈、崩壊)が起らないように、それを強度基準として設計を行うものである。

限界状態設計法においては、まず(1)構造物あるいは部材の破壊(フラクチャ、不安定、著しい塑性変形などを含む広義の破壊)を終局限界状態と定め、強度基準とする。さらに(2)構造物や部材の著しい弾性変形、クラック、局部降伏著しい振動などにより使用性に支障を来たすようなときを使用限界状態と定めて、使用基準に

している。

局部座屈を生じない「コンパクト」な断面を対象とする場合には塑性解析法により終局限界状態に対する計算を行うことができる。

一般に使用限界状態に対しては弾性解析が有効である。このように安全性と機能性を共に適切に評価するのが本法の特長である。

安全性照査のための基本式は次のとおりである。

$$R^* > S^* \dots\dots\dots (1)$$

ここに $R^* = \frac{1}{r_{m2}} F \left(\frac{f_k}{r_{m1}} \right)$ 強度

$S^* = r_{fs} [r_{fL} Q_k$ による応力または断面力]
荷重効果

r_{m1} : 材料強度の不確実性を考慮した抵抗係数

r_{m2} : その他の構造強度の不確実性を考慮した抵抗係数

$$r_{fL} = f (r_{f1} , r_{f2}) \dots\dots\dots (2)$$

r_{f1} : 荷重の不確実性を考慮した荷重係数

r_{f2} : 荷重の組合せに対する荷重係数

r_{fs} : 構造解析の不正確さ、予知し得ない応力分布、構造物の幾何学的不正確さなどを考慮した部分係数

Q_k : 公称荷重, $r_{fL} Q_k$: 設計荷重

公称荷重としては荷重の実測データから作成したヒストグラムに基づき得られた超過確率A%の特性荷重が採用される。

f_k は公称強度で供試体から得られた強度の統計データから非超過確率B%となるような特性強度が採用される。

ISO (International Standard Organization) では上記の他に次の2つの部分安全係数を使用することを推奨している。

r_{o1} : 構造物の力学的特性例えば部分的破損や完全崩壊が何の警告的兆候なしに突如として発生する場合や1部材の破壊が全体系の崩壊を誘発し易い構造物や構造部材に対する安全係数である。

r_{o2} : ある構造物が終局限界状態に達すると、それによる経済的影響が甚大であったり、

社会的危害が深刻な場合を考慮した安全係数

このように限界状態設計法を遂行することによって、(1)設計技術者は構造物の幾何学および力学的不確実性、荷重の不確実性の存在に注意を払い、使用性を無視することなくかつ安全性を均等化するアプローチが可能となる。さらに γ_{c1} , γ_{c2} を導入することにより構造物の破壊による経済的、社会的波及効果に応じた安全性レベルを選定することができる。かくして従来の設計法に基づいて建設された構造物より一層安全でかつ経済的な構造物を得ることができる。

基本式(1)は簡明であるので設計実務に適した安全性照査法であるが、荷重係数と抵抗係数は信頼性理論により欲する安全性レベルに適合するように決定される。式(1)の照査法は準確率論的アプローチである。このように構造強度の公称値および荷重の公称値に対して信頼性理論によって決定された部分安全係数を使用して部材あるいは構造物全体系に適切な信頼性（限界状態の非超過確率）を確保しようとする方法を信頼性理論の立場からレベルⅠの安全性照査法と呼んでいる。

1983年の完成された BS 5400（英国の橋梁設計基準）はレベルⅠに属する限界状態設計法である。部分安全係数を許容応力度設計法における安全率のように直観的に決めるのではあまり有効でない。これを信頼性理論に基づいて決定するところに意義がある。

5. 信頼性理論による安全性照査法

最近10年間に構造物に関する信頼性解析の進歩は著しいものがある。The Joint Committee on Structural Safety が7つの国際学協会の協力で結成され、そこで構造物の安全性照査法について過去に提案された各種の手法が系統的に分類された。それによると手法は3つに大別される。

(i) レベルⅢの照査法

理論的に最も厳密な方法である。いま荷重効果 S と強度 R が互いに統計学的に独立であるとすると、図1より明らかに破壊確率 P_f は次式

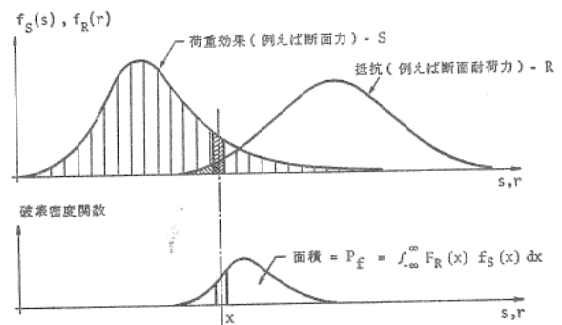


図1 レベルⅢの安全性照査法

で与えられる。

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(x) f_S(x) dx \dots\dots\dots (3)$$

ここに F_R : 強度の確率分布関数

f_S : 荷重効果の確率密度関数

この P_f を構造物に予め与えられた目標破壊確率より小さくなるようにすればよい。

(ii) レベルⅡの照査法

構造物あるいは構造部材の破壊確率を近似的に求めは方法である。一般に n 個の設計変数 X_i ($i=1 \sim n$) の関数として破壊関数 $Z=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ が与えられると、 n 次元空間の中に $Z=0$ という限界面（超曲面）が存在する。この限界面を境界にして $Z < 0$ なる半無限空間が危険領域であり、 $Z > 0$ が安全領域である。2変数の場合には図2において示すように、 $Z=0$ は限界曲線となる。図示のように原点 O から限界曲面に至る最短距離 β を Hasofer-Lind の信頼性指標といい、点 A を設計点という。ただし図中の座標 X'_i は標準化された設計変数で次式を与えられる。

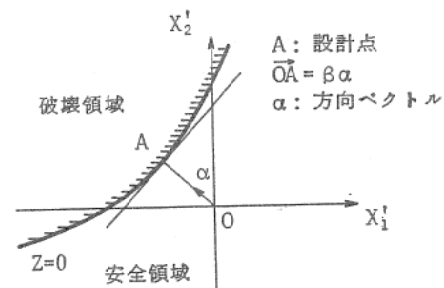


図2 Hasofer-Lind の信頼性指標 β

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \dots\dots\dots (4)$$

ここに μ_{X_i} , σ_{X_i} はそれぞれ変数 X_i の平均値および標準偏差である。

一方、ベクトル \overrightarrow{OA} の方向の単位ベクトル α を

$$\alpha = \{ \alpha_1; \alpha_2; \dots; \alpha_i; \dots; \alpha_n \} \dots\dots (5)$$

と記すと、その成分 α_i はベクトル \overrightarrow{OA} の X'_i 軸に関する方向余弦に他ならないので次式で与えられる。

$$\alpha_i = \frac{-\left(\frac{\partial f}{\partial X'_i}\right)_A}{\left[\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X'_k}\right)^2\right]^{1/2}} \quad (i=1 \sim n) \dots\dots (6)$$

そして点Aが限界面上にある条件は、

$$f(\beta \alpha_1, \beta \alpha_2, \dots, \beta \alpha_n) = 0 \dots\dots (7)$$

また方向余弦の性質により次式が成立する。

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \dots\dots\dots (8)$$

そこで(6), (7), (8)を用い、 β が最小になるように、イテラチオンにより β , α_i ($i=1 \sim n$) を決定することができる。

いま変数 X_i がすべて正規分布と仮定すれば、破壊確率 P_f は次式で与えられる。

$$P_f = \Phi(-\beta) \dots\dots\dots (9)$$

変数 X_i が正規分布でない場合には次式で与えられる平均値 μ'_{X_i} , 標準偏差 σ'_{X_i} を持つ正規分布で近似することができる。

$$\begin{aligned} \mu'_i &= X_i^* - \Phi^{-1}(F_{X_i}(X_i^*)) \sigma'_{X_i} \\ \sigma'_i &= \frac{\varphi(\Phi^{-1}(F_{X_i}(X_i^*)))}{f_{X_i}(X_i^*)} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここに X_i^* : 設計点における X_i 値

$F_{X_i}(x_i)$: X_i の確率分布関数

$f_{X_i}(X_i)$: X_i の確率密度関数

Φ : 正規分布関数

φ : 正規確率密度関数

(iii) レベル I の照査法

既に4節において述べたように、設計の実務に便利な形で安全性照査を実施できるように限界状態設計法においては基本式(1)に基づくレベル I の方法を普通採用している。その際、部分安全係数は次のようにして決めることができる。

(ii)項で述べた解析法によって設計点 (X_1^* , X_2^* , ..., X_n^*) をまず求める。

いま強度変数 X_i の公称値を X_{j0} と記すと、 X_j に対する抵抗係数 r_j は次式決定できる。

$$r_j = \frac{X_{j0}}{X_j^*} \dots\dots\dots (11)$$

一方、荷重変数 X_k の公称値を X_{k0} と記すと、 X_k に対する荷重係数 r_k は、次式で与えられる。

$$r_k = \frac{X_k^*}{X_{k0}} \dots\dots\dots (12)$$

X_k が正規分布であれば、 r_k は次式で与えられる。

$$r_k = \frac{\mu_{X_k} + \alpha_k \beta \sigma_{X_k}}{X_{k0}} \dots\dots\dots (13)$$

また X_j が対数正規分布であれば、 r_j は次の近似式で求められる。

$$r_j \approx \frac{X_{j0}}{\mu_{X_j} \exp(\alpha_j \beta V_j)} \dots\dots\dots (14)$$

ここに V_i : X_i の分散

6. 目標破壊確率と部分安全係数の決定

式(9)~(13)から明らかなように信頼性指標 β を媒介にして、破壊確率と部分安全係数が関数関係を持つことになる。したがって破壊確率の目標値いわゆる目標破壊確率が設定されるとそれに適合する部分安全係数を決定することができる。実際の設計基準の作成に関連して次のような2通りの考え方が用いられている。

(i) NKB

The Nordic Committee on Building Regulation においては構造物の破壊による波及効果ならびに破壊様式に応じて目標破壊確率を表1

表1 目標破壊確率と対応する信頼性指標

波及効果	破壊様式		
	I	II	III
軽少	10 ⁻³ (3.09)	10 ⁻⁴ (3.71)	10 ⁻⁵ (4.26)
重大	10 ⁻⁴ (3.71)	10 ⁻⁵ (4.26)	10 ⁻⁶ (4.75)
深刻	10 ⁻⁵ (4.26)	10 ⁻⁶ (4.75)	10 ⁻⁷ (5.20)

のように設定している。()内に対応するβ値を示す。

ここでは破壊様式として次の3種類を考慮している。

- I) 靱性破損 (ductile failure) でなおひずみ硬化などによる余剰耐荷力が保存されている場合
- II) 靱性破損で余剰耐荷力が存在しない場合
- III) 脆性破壊および不安定現象

(ii) BS 5400

従来の慣用設計法で得られた安全性に対する経験がある程度重んじて生かすことは大切なことである。そこで英国の橋梁設計規準 BS 5400 ではまず旧規準 BS 153 によって設計された橋梁の構造部材の破壊確率を調査し、それらの重みつき平均値を目標破壊確率として採用するという考え方によっている。このときの重み係数 ω_i は各構造部材の使用頻度に対応するもので、 ω_i の総和を1にとる。

そこで部分安全係数 $\bar{\gamma}$ を用いて設計された部材 i の破壊確率を $P_{fi}(\bar{\gamma})$ とすると、全部材の重みつき平均値が目標破壊確率 P_{ft} になる条件は次式で表わされる。

$$\sum_{i=1}^m \omega_i P_{fi}(\bar{\gamma}) = P_{ft} \dots\dots\dots (15)$$

しかし実際には条件式 (15) を満足するように $\bar{\gamma}$ を決めることは困難であるので重みつき平均破壊確率を目標破壊確率のレベルに保って置いて、個々の部材の破壊確率 P_{fi} の目標破壊確率 P_{ft} からの偏差を最小にするようなアプローチをとっている。具体的には次式で与えられる目的関数 S を最小化するように $\bar{\gamma}$ が決められる。

$$S = \sum_{i=1}^m \omega_i (\log P_{fi}(\bar{\gamma}) - \log P_{ft})^2 \dots\dots (16)$$

実際の設計基準においてはすべての部材に一律な標準的な破壊確率を与えるような、できるだけ少数の部分安全係数を使用するのが設計の簡易化という観点から望ましいことである。しかし、あまり部分安全係数の個数を減らすとそれだけ解に拘束を付加することになり、真の破壊確率が目標破壊確率から離れ、建設費の増加をきたすことになる。

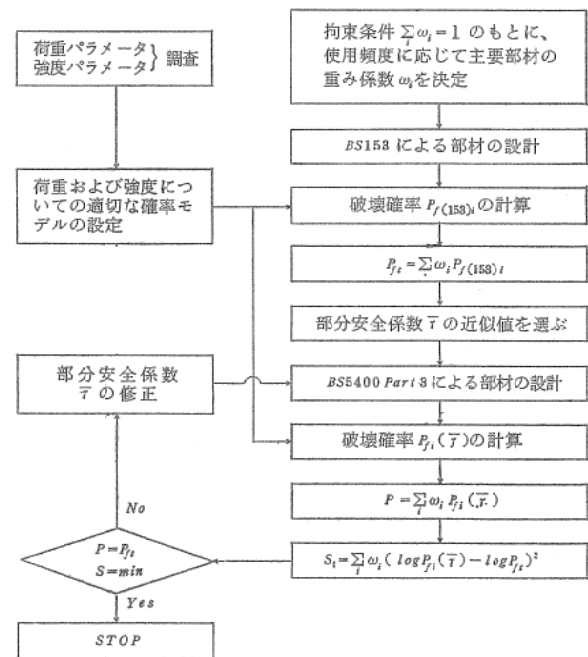


図3 BS 153に対する BS5400 Part 3の確率論的キャリブレーション

図3に BS 5400の作成にあたり実施された、確率論的キャリブレーションの計算過程を示す。

まず一車線あたりの交通荷重の統計資料を調査し、統計解析して BS 5400 に規定されている活荷重に対する統計荷重モデルをつくる。次に旧設計基準 BS 153 に準拠して各部材を設計する。これらの部材により構成される対象構造物に上述の統計荷重モデルを作用させ、信頼性理論に基づくレベル II に相当する解析を行い各部材の破壊確率 $P_f(153)_i$ を計算する。さらにそれに重み係数 ω_i を乗じ、すべての部材について総和することによって目標破壊確率

P_{ft} を求める。

次に材料強度に関する抵抗係数 γ_{m1} と部材強度の抵抗係数 γ_{m2} を仮定し、部分安全係数 $\bar{\gamma} = \gamma_{m1}, \gamma_{m2}$ などの初期値とする。これを使って BS 5400 の設計規定を適用して改めて各部材の設計を行い、前と同様に各部材の破壊確率 $P_{ft}(\bar{\gamma})$ を計算する

そしてそれらの重みつき平均値として破壊確率 P を求めておく。

さらに式 (16) により目的関数 S を計算する。

以下 γ_{m1}, γ_{m2} したがって $\bar{\gamma}$ を種々変化させ試行錯誤により S を最小にする γ_{m1}, γ_{m2} を求めている。

さて旧設計基準 BS 153 により設計された代表的な部材の破壊確率 $P_{ft(153)t}$ を図 4 に示す。図からわかるように、部材間に著しい破壊確率の差異が認められる。例えば圧縮材と板パネルの間に $10^{-2.5} \sim 10^{-18}$ という大きい開きがあり、また同種類の部材の中でもかなりのばらつきがある。これは許容応力度設計法が各種の不確実性の存在と諸パラメータの統計的性質を無視して確定論的取扱いに終始していることに基因すると考えられる。

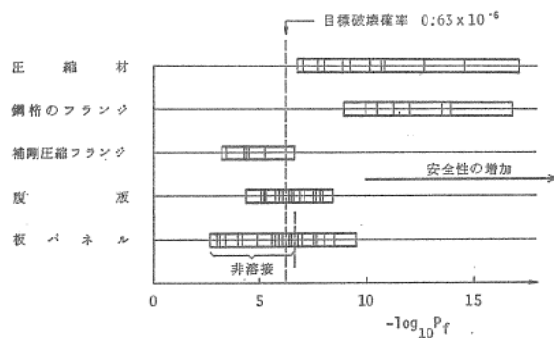


図 4 設計基準により設計された主要部材の破壊確率

図 3 の計算過程に従い、BS 5400 : Part 3 (鋼橋編) においては目標破壊確率 P_{ft} が 6.3×10^{-7} と定められた。これは耐用年数 120 年間に 100 万個の部材の中の 1 個が破壊するという確率である。

若干の繰返し計算の結果、具体的には $\gamma_{m1} \cong 1.08$, γ_{m2} は圧縮材 0.98, はりのフランジ 1.09

ウェブ 1.25, 補剛圧縮フランジ 1.27, 板パネル 1.08, 引張材 1.09 となった。

荷重および強度パラメータの確率分布形の相違によっては各部材の抵抗係数 γ_{m2} にほとんど差異がないことが別の研究により明らかにされている。

そこで実用的見地から $\gamma_{m1} = 1$ とし、 $\gamma_{m1}\gamma_{m2} = \gamma_m$ とし、破壊のメカニズムが類似しているものは一括して取扱い、表 2 (次頁) に掲げるように最終的な抵抗係数 γ_m が決定された。

かくして BS 5400 で設計された各部材の破壊確率を図 5 に示す。破壊確率のばらつきが僅少となり、安全性についてバランスのとれた設計が遂行できることが認められる。

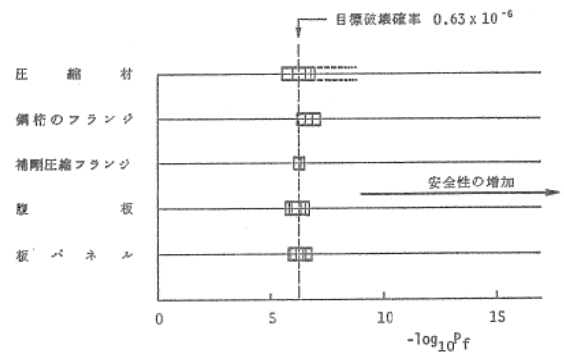


図 5 BS 5400 Part 3 により設計された主要部材の破壊確率

7. むすび

信頼性理論に基礎を置く限界状態設計法の概念は、今日では世界的に容認され、ヨーロッパ各国カナダでは旧設計法からこの新しい設計法に移行している。米国などにおいてもこの種の設計法への改訂原案が作成されつつある。

構造物の機能性を損うことなく、均衡のとれた安全性を保持し、かつ経済性を発揮するような構造物を建設するためには、限界状態設計法の採用が最も急務であると考えられる。構造工学の他の分野の発達と相俟って、このような適切な安全性照査法を適用した設計基準の充実が将来の構造物の長大化、軽量化の達成のための基盤となることと存ずる次第である。

以上、土木構造工学における最近の話題の一

端を御紹介申し上げたが、この拙文により多少なりとも読者諸賢のこの方面への御関心を賜わるとができればと切に念願する次第である。

表2 BS5400 の抵抗係数

(1) 材料に対する部分安全係数の値 γ_m

材 料	使用限界状態	終局限界状態
構 造 用 鋼	1.0	1.10
鉄 筋	1.0	1.15
コンクリート	1.0 または 1.3	1.5
ジ ベ ル	1.0	1.10

(2) 部分安全係数 $\gamma_m = \gamma_{m1} \gamma_{m2}$

(a) 終局限界状態

本編において、 γ_m の適切な値が表示されている以下の節を除き、必要強度が明白に表示されたところでは、 γ_m は 1.05 をとらなければならない。

構造部材および挙動	節	γ_m
限界圧縮応力に関するはりの曲げ抵抗。 ただし、鋼とコンクリートの合成フランジが圧縮を受ける合成はり断面 ($\gamma_m = 1.05$) を除く。	9.9.1.2, 9.9.1.3(a), 9.9.3.1, 9.9.5.2(a), 9.10.1.1(a)	1.20
補剛材の座屈抵抗	9.10.2.3(a) および (b), 9.11.5.2, 9.13.5.3, 9.13.6, 9.14.4.3, 9.17.6.7, 9.17.7.3.2, 9.17.8	1.20
引張を受ける連結材継手	14.5.3.2, 14.5.3.3, 14.5.3.5	1.20
せん断を受ける連結材	14.5.3.4	1.10
高張力ボルトの摩擦耐力	14.5.4.2	1.30
溶 接 部	14.6.3.11, 14.6.3.11.2	1.10

(b) 使用限界状態

本編において、 γ_m の適切な値が表示されている以下の節を除いて、必要強度が明白に表示されたところでは、 γ_m を 1.00 にとらなければならない。

構造部材および挙動	節	γ_m
高張力ボルトの摩擦耐力	14.5.4.2	1.20

注) 上のいずれかの節に関連する他の節では、すべて表にされた適切な係数 γ_m を採用しなければならない。