



殻構造物の座屈強度

八木 順吉* 船木 俊彦**



1. はじめに

海洋石油資源の開発は、初期の水深が浅く海象が穏やかな海域から、最近では、水深が300 mを越える米国海域のような深い海域や、北海、北極海のように厳しい海象の海域へと進出しつつある。このような海域での開発に適した海洋構造物は種々計画・建造されているが、いずれの構造物においても、比較的少ない重量で高い剛性が確保できる利点から補強殻要素がその主要構造部材に用いられている。

Det Norske Veritas のデータバンクによれば1970～81年間で就業中の石油掘削リグ全機種に対する損傷機種の割合は、

Jack Up	6.84 %
Semi Submergible	8.92 %
Drill Ship / Drill Barge.....	12.7 %

* 八木順吉 (Jyunkichi YAGI) 大阪大学, 工学部, 造船学科, 教授, 工博, 造船学

** 船木俊彦 (Toshihiko FUNAKI), 大阪大学, 工学部, 造船学科, 助教授, 工博, 造船学

合計8.66%で、そのなかで全損に至った割合は、

Jack Up	1.22%
Semi Submergible	0.49%
Drill Ship / Drill Barge	0.49%

合計0.80%であり、通常の船舶に比較して、全損に至るケースが多い結果となっている。

このような全損に至る損傷モードは次の2つに大別できる。1つは補強殻要素間の結合部のような高応力部に発生した疲労亀裂が伝播して全損に至る場合であり、今一つは、ある構造要素が座屈してその部分の剛性が低下すると荷重の再配分が行われて、別の構造要素が座屈し、これが順次繰返されて全損に至る場合とである。殻構造そのものの座屈強度は高いが、初期不整に対して敏感であり、工作歪と強度との関係を明らかにすることは極めて重要である。

本小文は殻構造の座屈問題に対してその概略を述べたものである。

2. 殻構造物の座屈強度

図1に示されるようなリングとストリンガーで補強された殻構造物の座屈モードは表1のX印で示されるように多岐にわたる¹⁾。板構造物に比べて殻構造物の座屈問題を複雑にしているのは、数学的取扱いが煩雑である他に境界条件の多様さにある。例えば、単純支持といっても表2に示されるように4種類の境界条件が考えられ、これが座屈強度に影響を及ぼす²⁾。

2.1 Lower Bound Design Philosophy

1900年代の初め、軸圧縮荷重をうける理想的な弾性殻について、Lorenz³⁾、Timoshenko⁴⁾、Southwell⁵⁾らが独自に線型解を求めた。

$$\sigma_{CL} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{t}{R} \dots\dots\dots(1)$$

STIFFENED CYLINDER

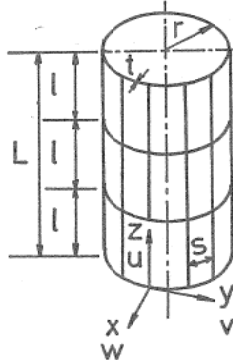


図1 Cylinder geometry¹⁾

表1 Buckling modes in cylinders with various stiffener arrangement¹⁾

BUCKLING MODE		GEOMETRY			
SHELL BUCKLING	UNSTIFFENED CYLINDER	X	X		
	UNSTIFFENED CURVED PANEL			X	X
PANEL BUCKLING	STRINGER STIFFENED CYLINDER		X		
GENERAL BUCKLING	RING STIFFENED CYLINDER			X	X
	RING/STRINGER STIFFENED CYLINDER			X	X
OVERALL BUCKLING	COLUMN	X	X	X	X
LOCAL STIFFENER BUCKLING	RING			X	X
	STRINGER		X		

表2 Boundary conditions¹⁾

	v	w	$\frac{\partial w}{\partial z}$	$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$	Δu	τ_{zy}	$\Delta \sigma_z$
SS 1		0		0		0	0
SS 2		0		0	0	0	
SS 3	0	0		0			0
SS 4	0	0		0	0		

但し、E=Young率、 ν =ポアソン比

t = 円筒殻の板厚、R = 円筒殻の半径

これが今日、古典的弾性座屈応力と呼ばれるものである。なお、組合せ荷重をうける場合について、1932年に Flügge が線型解を求めている。

しかしながら、ほぼ同じ頃に求められた Donnell⁷⁾ や Lundquist⁸⁾ らの実験値は上記の理論値の0.15~0.60倍と著しく異なっていた。Donnell⁷⁾ らは円筒殻の半径・板厚比 R/t が大きくなるにつれて両者の差が大きくなることから、実験では殻の形状初期不整により耐荷力が減少すると考えたが、その解析に当っては数学的処理を容易にするため理論を近似しすぎたの

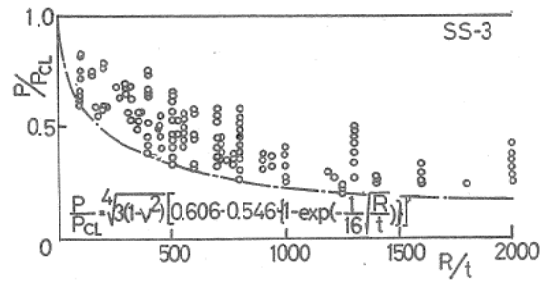


図2 Test data for isotropic cylinders under axial compression¹³⁾

で、満足すべき結果を得られなかった。

現在使用されている NASA の Space Vehicle⁹⁾ や Det Norske Veritas の Off-shore structure¹⁰⁾ に対する設計指針はどれも“Lower Bound Philosophy”にもとづくものである。図2に示すように、形状初期不整が主な原因となって実験値が広範囲にばらつくので、工学上で安全な設計をするために、ノックダウン係数の使用を推奨している。ノックダウン係数は、これに古典的弾性座屈荷重を掛けたものが全実験値の下界となるように、決定されたものである。殻構造物の許容荷重 (P_a) は(2)式で与えられることになる。

$$P_a = \frac{r}{FS} \cdot P_{cL} \dots\dots\dots(2)$$

但し、 P_{cL} =古典的弾性座屈荷重、 r =ノックダウン係数、FS =安全率

この Lower Bound Philosophy は実機を設計するという差し迫った問題に対しては、未だ解明されていない諸影響を克服するには工学的に秀れた手法であると云えよう。

2.2 Imperfection Sensitivity Design Philosophy へ

殻構造物では、わずかな形状初期不整によって座屈強度が極端に低下する。この初期不整による座屈強度の低下の割合を精度良く推定することは設計上で合理的に安全率を決定し、かつ工作上での許容ひずみの基準を設定するのに極めて重要である。

形状初期不整に対する敏感性を解明するためには、非線型大撓み理論の開発が必要とされる。

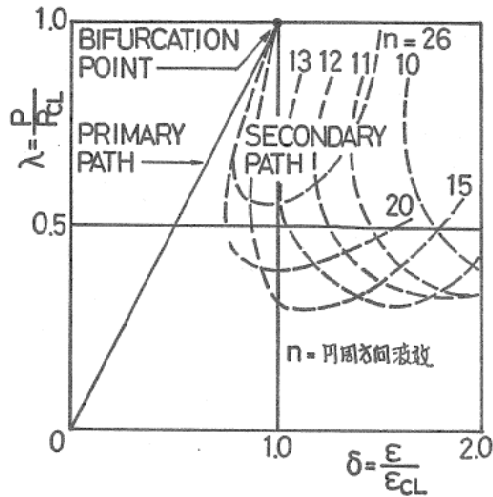


図3 Theoretical postbuckling curves¹¹⁾

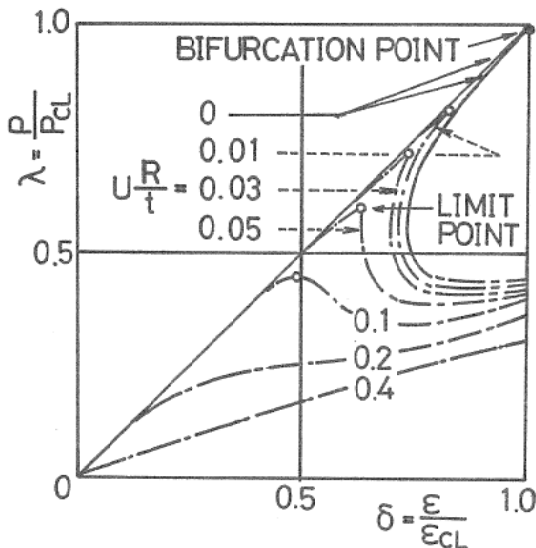


図4 Postbuckling curves for imperfection shells¹²⁾

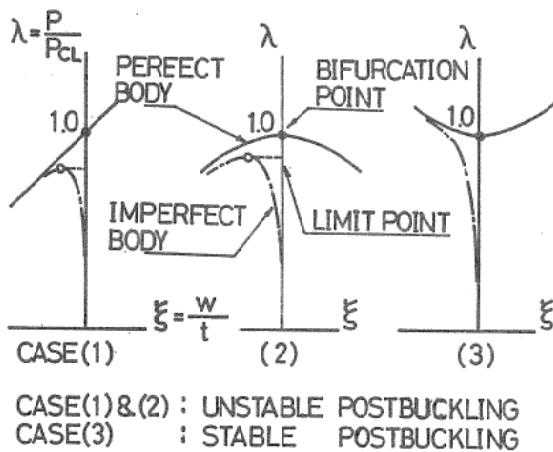


図5 Equilibrium paths for perfect and for imperfect shells¹⁴⁾

1941年に Karman-Tsien¹¹⁾ が理想的な弾性殻に対して非線型大撓みを解析を行い座屈後の挙動を定性的に明らかにした。Karmanらは崩壊を座屈前安定 (Primary Equilibrium Path) から座屈後安定 (Secondary Equilibrium Path) への遷移と定義したが、図3の破線で示すどの平衡状態に遷移するかを定量的に説明することができなかった。

1950年に Donnell-Wann¹²⁾ は Karman-Tsien¹¹⁾ の理論を応用し、形状初期不整を表わすパラメタとして Unevenness Factor U を導入し、先の理論⁷⁾ を発展させて、図4に示すように形状初期不整の影響を定量的に明らかにした。1965年に Madsen-Hoff¹³⁾ が Donnell-Wann¹²⁾ の理論に残る問題点を解明している。

その間、1945年に Koiter¹³⁾ は保存力をうける弾性系の安定問題に対して一般理論を表わしたがオランダ語で書かれていたため、1963年に英訳書¹⁴⁾がでるまでほとんど注目されなかった。Koiterは座屈をした後の挙動について漸近解析を行い、図5に示すような分岐点近傍での荷重と変位との関係を明らかにした。図の CASE(2) は殻の座屈の特性を表わす。形状初期不整 ($\bar{\xi}$) を有する殻の座屈強度 (Limit Point Load P_s) は(3)式で与えられる。

$$(1 - \lambda_s)^{\frac{3}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \sqrt{-b} \cdot |\bar{\xi}| \cdot \lambda_s \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{但し, } \lambda_s = \frac{P_s}{P_{CL}}, \quad \bar{\xi} = \frac{w}{t}$$

上式で P_{CL} は古典的弾性座屈荷重、 w = 形状初期不整量、 t は板厚である。 b は Initial Post-buckling coef. と呼ばれるもので座屈前後の応力状態および座屈撓みから計算される。

Koiterの理論¹³⁾¹⁴⁾の正しさは Tennysonら¹⁵⁾によって実験的に確められ、図6に示すように実験値は10%以内の誤差で理論値と一致する。なお、図中の破線は Hutchinson¹⁶⁾により求められた数値解である。Koiterの理論の特色は非対称な形状初期不整を有する殻に対しても非線型方程式を解くことなしに座屈値が求められることにある。また、任意形状の殻に対し

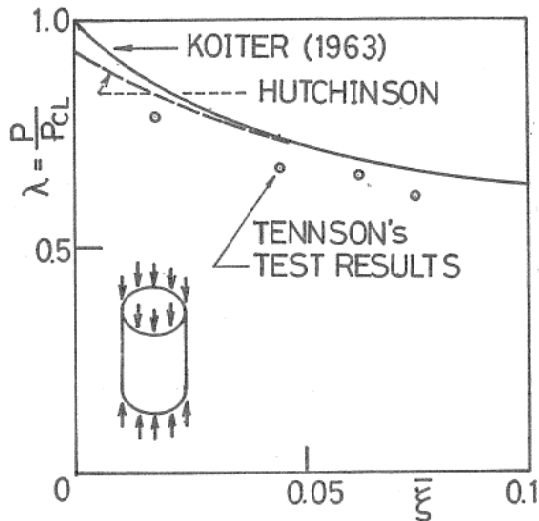


図6 Comparison between test results and Koiter's Special theory¹⁵⁾

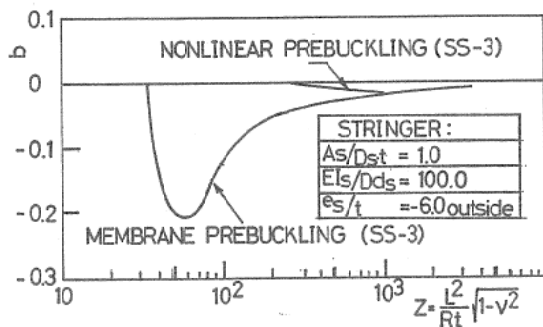


図7 Imperfection sensitivity of stringer stiffened shells under axial compression¹⁷⁾

でも応用できる利点がある。

図7は Hutchinson-Amazigo¹⁷⁾ が求めた軸圧縮荷重をうける補強殻の Imperfection sensitivity であり, Initial buckling coefnt. b と Batdorf parameter Z との関係を示す。

この Imperfection sensitivity は使用された座屈前解析の手法と境界条件により大きく影響される。詳細については参考文献18)を参照されたい。

以上, 軸圧縮荷重をうける殻について Lower Bound Design Philosophy から Imperfection Sensitivity Design Philosophy への流れを概説した。

3. おわりに

宇宙構造物や海洋構造物等の構造部材として

用いられる殻には軸圧縮荷重の他に曲げ荷重, 剪断荷重, 捩り荷重, 内・外圧荷重およびその組合せ荷重が作用する。これらの荷重が作用したときの殻の座屈に関する論文は膨大な数にのぼる。紙面の都合で著者らの研究の対象としている曲げ荷重をうける殻の座屈に関する主な論文名を参考文献19)~26)に掲げるにとどめておく。

はじめにも述べたような深海での海洋構造物では厚肉の殻 ($R/t < 200$) がその構造部材として用いられる。このような厚肉の殻に対しては形状初期不整, 境界条件, 塑性化, 残留応力等を考慮した座屈の解析が必要となるのであろう。

また, 北海や北極海のような荒海域で使用される海洋構造物に対しては, 船舶や氷山との衝突によって生じる不整 Dent が全体崩壊に及ぼす影響に関する研究等も必要とされるであらう。

本小文が殻の座屈問題にこれから取り掛かれる読者の一助となれば幸である。さらに興味を持たれる読者には参考文献18), 27)を一読されることをおすすめする。

参考文献

- 1) J. Odland ; "Buckling resistance of unstiffened and stiffened circular cylindrical shell structures" Norwegian Maritime Research No. 3 (1978).
- 2) L.H. Sobel ; "Effects of boundary conditions on stability of cylinders subjected to lateral and axial pressure" AIAA, J. Vol. 2 (1964).
- 3) R. Lorenz ; "Achsensymmetrische Verzeurrungen in dünnwandigen Hohlzylindern" Z VDI 52 (1908).
- 4) S. Timoshenko ; "Einige Stabilitätsproblem der Elastizitätstheorie Z. Math. Phys. 58 (1910).
- 5) R.V. Southwell ; "On the generdl theory of elastic stability" Phil. Trans. Rog. Soc. London, Series A (1914).
- 6) W. Flügge ; "Die Stabilität der Kreiszyllinderschale" Ing-Arch, 3 (1932).
- 7) L.H. Donnell ; "A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression" ASME Trans 56 (1934).
- 8) E.E. Lundquist ; "Sirength tests of thin-walled duraluminum cyllnders in comrses-

- sion" NACA Rep. 473 (1933).
- 9) "Buckling of thin-walled cylinders. NASA Space Vehicle Design Criteria", NASA SP-8007 (1968).
 - 10) "Rules for the Design, Construction and Inspection of Off-shore structures", Det Norske Veritas, (1977).
 - 11) Kármán and H.S. Tsien; "The buckling of thin cylindrical shells under axial compression" J. Aeron. Soc. 8 (1941).
 - 12) L.H. Donnell and C.C. Wann; "Effects of imperfections on buckling of thin cylinder and column under axial compression" J. Appl. Mech. 17 (1950).
 - 13) W.A. Madsen and N.J. Hoff; "The snap-through and postbuckling equilibrium behaviour of circular cylindrical shells under axial loads" Rep. SUNDER 227. Stanford Univ. (1965).
 - 14) W.T. Kolter; "On the stability of elastic equilibrium" Ph. D Thesis, in Dutch, Delft Netherland (1945).
 - 15) W.T. Koiter; "The effect of axisymmetric imperfections on the buckling of cylindrical shells under axial compression" Proc. Kon. Ned. Ak. Wet., B66 (1963).
 - 16) R.C. Tennyson and D. B. Muggeridge; "Buckling of axisymmetric imperfect circular cylindrical shells under axial compression" AIAA. J. 7 (1969).
 - 17) J.W. Hutchinson; "Private communication to R.C. Tennyson" Harvard Univ. (1969).
 - 18) J.W. Hutchinson and J.C. Amazigo; "Imperfection-sensitivity of eccentrically stiffened cylindrical shells" AIAA. J. 5 (1967).
 - 19) J. Arbocz; "Shell stability analysis; Theory and fracture" General lecture, I.U.T.A.M. Symposium, Univ. College London, (1982).
 - 20) L.G. Brazier; "On the flexure of thin cylindrical and other sections" Proc. Roy. Soc. Series A CXVI (1926).
 - 21) E. Reissner; "On finite pure bending of cylindrical tubes" Österr. Ing. Arch. 15 (1961).
 - 22) P. Seide and V.I. Weigarten; "On the buckling of cylindrical shells under pure bending" J. Appl. Mech. Vol. 28 (1961).
 - 23) O. Almroth and J.H. Starnes; "The computer in shell stability analysis" presented at 1973 ASCE National Structure Engineering Meeting at St. Francisco.
 - 24) O. Fabian; "Collapse of cylindrical elastic tubes under combined bending, pressure and axial loads" Int. J. Solid structure Vol. 13 (1977).
 - 25) B.D. Reddy and C.R. Callade; "Classical buckling of a thin-walled tubes subjected to bending moment and internal pressure" Int. J Mech. Sci. Vol. 20.
 - 26) S. Geuine; "The plastic buckling of long cylindrical shells under pure bending" Int. J. Solid Structure Vol. 16 (1980).
 - 27) O. Fabian; "Elastic-plastic collapse of long tubes under combined bending and pressure load" Ocean Engineering, 8 (1981).
 - 28) J. Arbocz; "Past, present and future of shell-stability analysis" Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 5 (1981).