



研究ノート

不規則振動論による 耐震設計への新しいアプローチ

小松 定夫*

現在、土木構造物を対象として実施されている耐震設計法の代表的なものを上げると(1)震度法、(2)修正震度法、(3)シミュレーションによる動的解析法、(4)不規則振動論に基づく関数解析法がある。前三者はいわゆる確定論的手法であり、どちらかと言えば、必要に迫られた妥協の産物である。(4)の方法は確率統計的手法である。設計論的観点から前者は許容応力度設計法、古典的荷重係数設計法の域を脱しないのに対して後者は欧米各国で実施されている限界状態設計法¹⁾においても重要な役割を演ずることができる。

一般に震源における衝撃の大きさ、震源の深さ、震央距離、発生メカニズム、地盤の動的性

状などによって地震動の振幅、周波数成分、継続時間に種々な特性が現われる。明らかに入力としての地震動という母集団は一種の統計量である。また個々の地震動波形そのものが不規則変動量であっていわゆる確率過程である。それにより生ずる構造物の振動も確率過程であることは申すまでもない。このように対象とする現象は不規則性が強いという点から考えると確率統計的手法への移行は設計の合理化のための当然の帰結であると思われる。このような理由から筆者らはこの種の耐震設計法の理論的基盤である不規則振動論に基づく地震動応答解析に数年前から着手した。

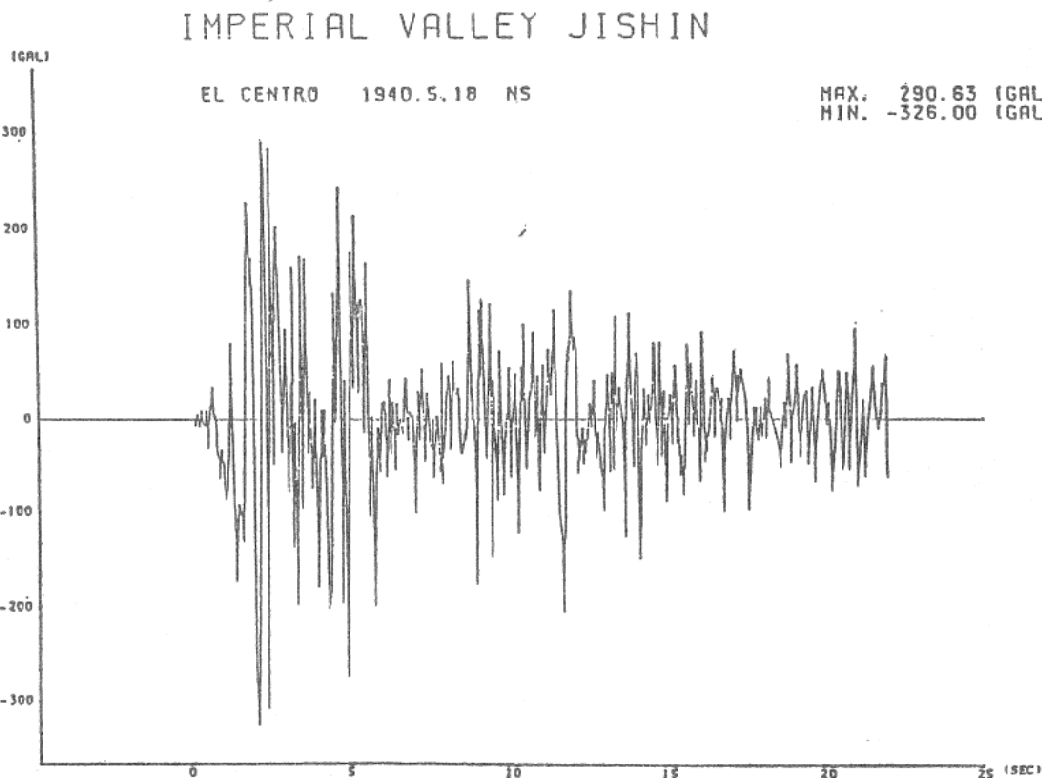


図1 El Centro 地震波 (原波形)

*小松定夫 (Sadao KOMATSU), 大阪大学工学部, 土木工学科, 第1講座, 教授, 工学博士, 構造工学

1. 不規則振動論に基づく従来の耐震設計法

従来の確率統計的耐震設計手法は定常確率過程を取扱っており、文献2)に詳述されている。

まず基本的に重要なことは、入力としての地震動の数学的モデル化のための地震動特性の解析内容である。従来の手法では地震動は定常過程 $g(t)$ と振幅の非定常性のみを模擬した確定関数 $f_s(t)$ の積として地震動加速度 $f(t)$ をモデル化していた³⁾。 α を加速度の次元を持つ定数とすると応答変位および速度の分散は $g(t)$ のパワースペクトル密度 $S_g(\omega)$ の α^2 倍に比例している。

しかし図1に示すように地震動は本質的に強い非定常性を有する不規則変動量である。従来のアプローチでは地震動を定常確率過程として近似的に取扱っていた。その主な理由は地震動を非定常確率過程として数学的に表現することが困難であったからである。多くの研究者により地震動を非定常確率過程として定式化する試みがなされた。例えば上述の Jennings³⁾ らの疑似モデルなどがあるが、いずれも地震動の非定常性を表現するには余りにも初歩的であり、多くの疑問点を包含している。

2. 新しい確率統計的耐震設計手法

筆者らは地震動の非定常性の本質を十分に含む数学的表現を確立することが基本的な重要事項であると考えた。そこで Priestley⁴⁾ が定義した Evolutionary Spectrum (以下単に非定常スペクトルという) に注目した。そして非定常確率過程としての地震動の振幅、周波数、位相の特性の時間的変化を正確に表現し得るような非定常スペクトルの作成手法を開発した⁵⁾。このように得られた地震動の非定常スペクトルを用いて不規則振動論の立場で耐震設計を実施する場合の解析過程は図2に示すとおりである。

得られた非定常スペクトルの精度を検証するため、これを用いて再合成波形を作成し、原波形を正確に再現しているかを比較検討した。その際、位相の非定常性の情報を考慮することが重要であることを見出した⁵⁾。図3に再合成波

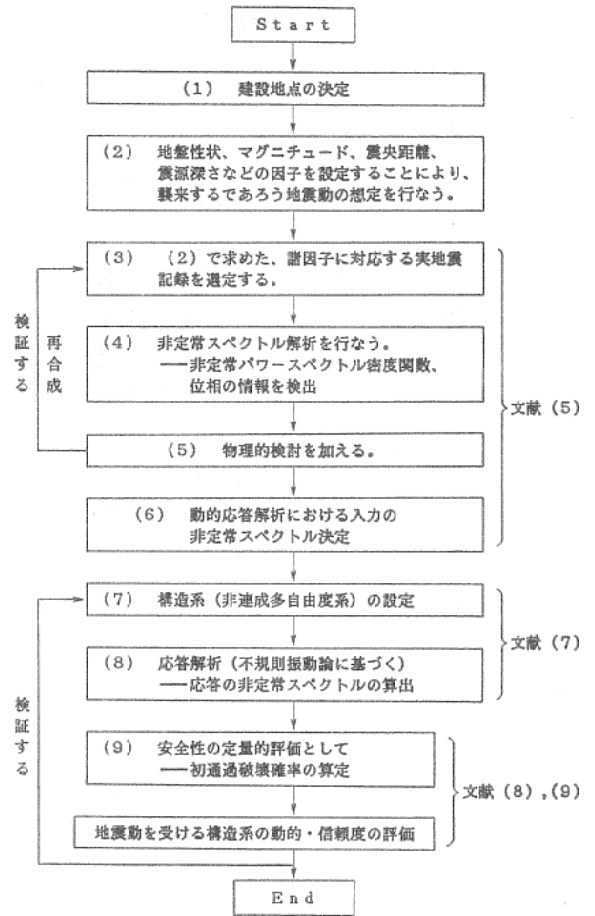


図2 新しい確率統計的耐震設計手法の解析過程

形を示す。原波形と完全に一致している。

次に従来の定常確率過程を対象とする不規則振動論の関数解析法を非定常確率過程に拡張することを考える。

そこで地震動のような非定常確率過程 $x(t)$ を次のように表わす。

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t, \omega) e^{i\omega t} dX(\omega) \dots\dots\dots(1)$$

ここに $A(t, \omega)$ は変調関数、 $X(\omega)$ は直交過程、 $x(t)$ が入力として線形振動系に作用した時、振動系の応答変位 $y(t)$ も非定常確率過程であって次式で表わされる。

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t, \omega) e^{i\omega t} dY(\omega) \dots\dots\dots(2)$$

すると入力の非定常スペクトル $f_x(t, \omega)$ と応答変位の非定常スペクトル $f_y(t, \omega)$ の関係は、

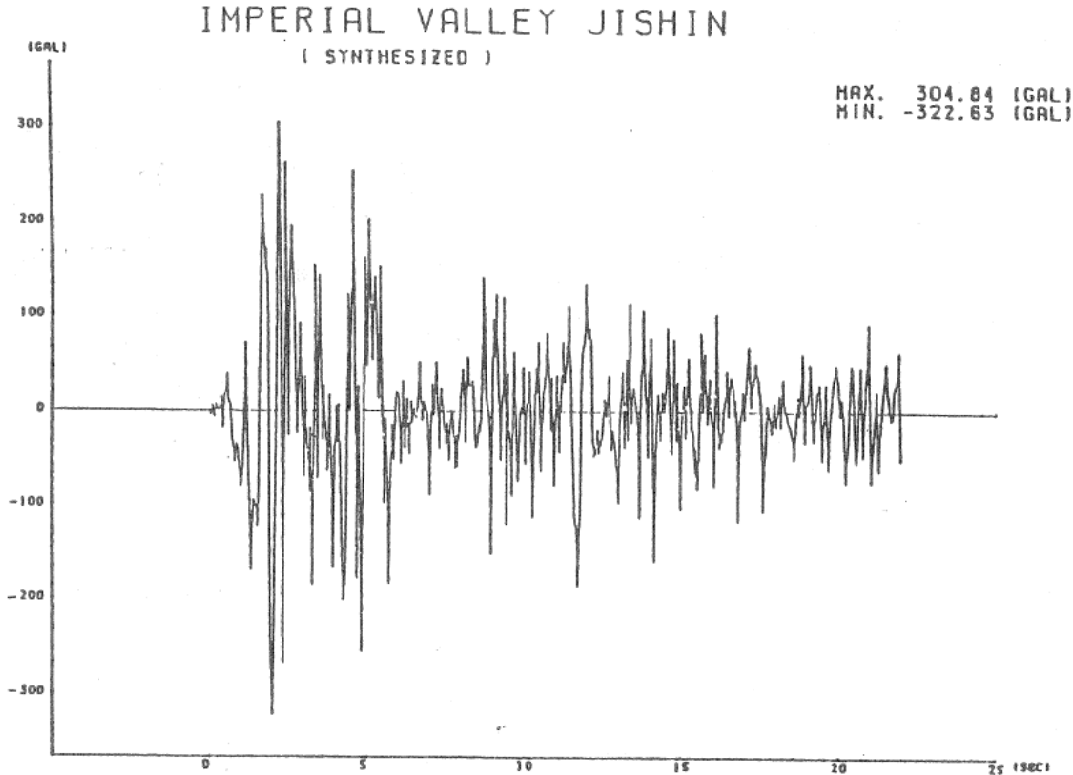


図3 El Centro 地震波 (再合成波形)

$$f_y(t, \omega) = f_x(t, \omega) \frac{|H(\omega)|^2 |G(t, \omega)|^2}{|A(t, \omega)|^2} \dots\dots\dots(3)$$

ここに $H(\omega)$ は振動系の複素周波数応答関数

$$G(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) A(t-\tau, \omega) \frac{e^{-i\omega\tau}}{H(\omega)} d\tau \dots\dots(4)$$

$h(t)$ は単位衝撃関数, 応答速度 $\dot{y}(t)$ の非定常スペクトル $f_{\dot{y}}$, $y(t)$ と $\dot{y}(t)$ の非定常相互スペクトル $f_{y\dot{y}}$ も同様に定式化できる. したがって変調関数 $A(t, \omega)$ がなんらかの方法で算定できれば, $f_x(t, \omega)$ から $f_y(t, \omega)$, $f_{\dot{y}}(t, \omega)$ および $f_{y\dot{y}}(t, \omega)$ を直ちに求めることができる.

変調関数 $A(t, \omega)$ については Hammond⁶⁾ は直観的推論によって実数とみなし, $|A(t, \omega)| = A(t, \omega)$ と仮定している. 他に $A(t, \omega)$ の計算法について論じた文献は見当たらない. そこで筆者らは $A(t, \omega)$ を複素数として正確に効率良く計算する手法を開発した⁷⁾.

図4に筆者らの方法の解析過程を示す. 例えば, 周波数が $\omega_1 = 2Hz$ に対応する非定常スペクトル $f_y(t, \omega_1)$ の各解析法で得られた値を

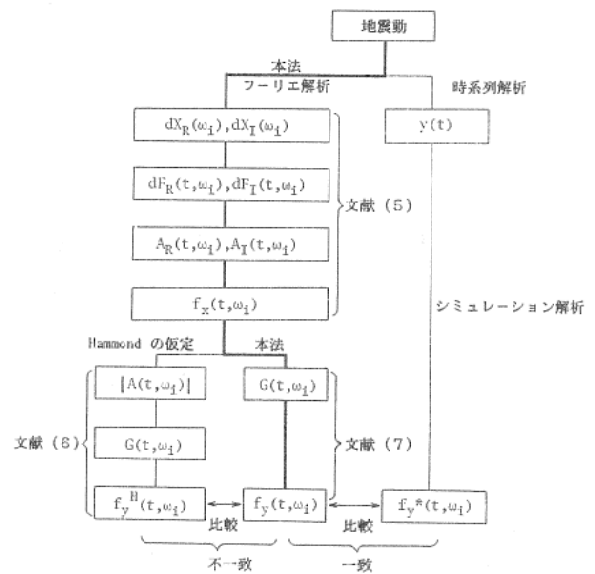


図4 本解析法の検証方法

図5に示す. 周波数の増加と共に Hammondの結果は真の値から変移してゆくことがわかった. それに対して本解析法の結果は, あらゆる周波数についてシミュレーション法の結果と完全に一致した.

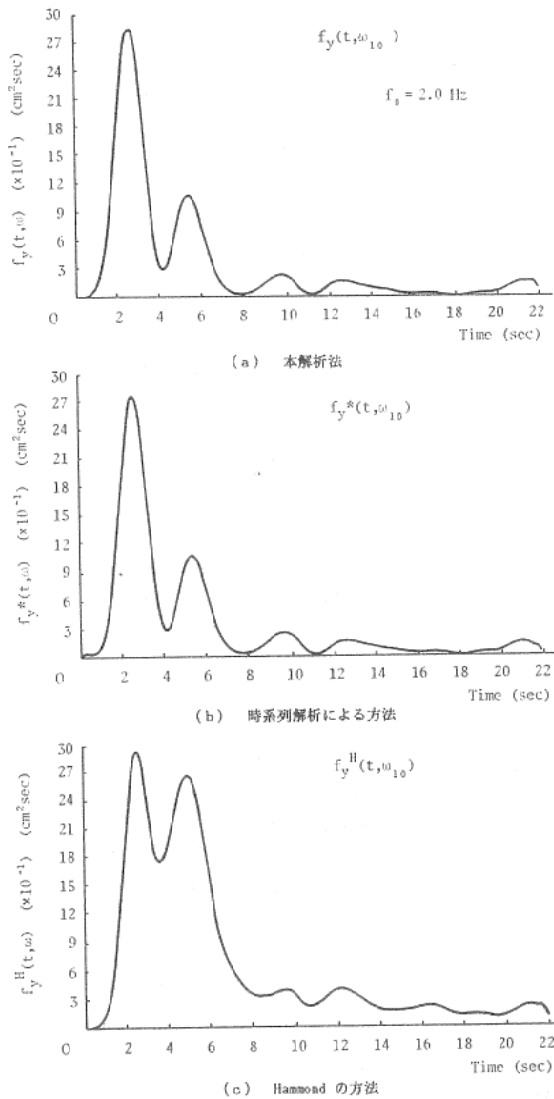


図5 応答の非定常スペクトルの比較

3. 初通過破壊確率と構造物の信頼性

前段階で求められた f_y , f_y^* ならびに f_{y^*} を用いて、構造物の閾値 (例えば降伏点) の初通過確率の算定式を誘導した⁸⁾⁹⁾。この式では閾値も統計量として取扱える。図1に示す El Centro 地震 NS 成分が固有振動数 2Hz 、減衰定数 0.05 の1自由振動系に作用した場合について筆者らの一連の解析法を適用して閾値の初通過確率を計算した1例を図6に示す。図中 \bar{m}^* は閾値の平均値と応答の標準偏差の最大値の比である。ここでは閾値が正規分布するものと仮定し、その標準偏差 σ_g をパラメータにとって初通過確率の無次元量 \bar{m}^* に対する変化を示している。

実際の構造モデルのような多自由度系への拡

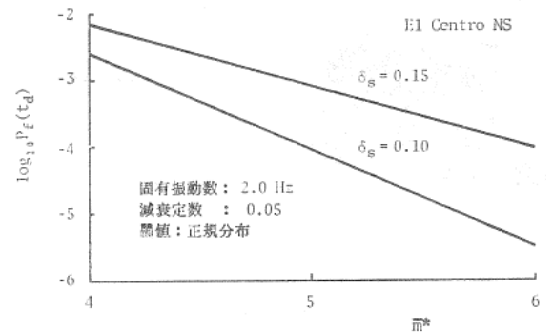


図6 初通過確率

張も可能である。

したがって構造物の限界状態発生に対する信頼性を信頼性工学の一般的手法によって容易に評価することができる。

4. むすび

不規則振動論に基づく近代耐震設計へのアプローチの1つの足掛かりになることを目的として、著者らが推進している基礎的研究の概要を説明した。実用化への途上には実地震動の多様性に対応する設計用地震動モデルの設定とそれらの非定常スペクトルの作成、構造物の限界状態における強度特性あるいは変形特性を考慮した閾値の統計諸量の決定などの側面的問題も並行して解決されなければならないことは申すまでもない。

参考文献

- 1) 小松定夫：限界状態設計法による土木構造物の設計，生産と技術第36号，第1巻（1984）
- 2) 星谷 勝：確率論的手法による構造解析，鹿島出版会第2版（1974）
- 3) Jennings, P.C, et al. : Simulated Earthquake Motions, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology (1968)
- 4) Priestley, M.B. : Evolutionary Spectra and Non-Stationary Processes Jour, Roy. Statist. Soc, SerB, Vol 27 pp 204-237 (1965)
- 5) 小松定夫, 藤原豪紀, 中山隆弘：コンプレックス・ディモデュレーション法による地震動の非定常スペクトル解析土木学会論文報告集に投稿中
- 6) Hammond, J.K. : On the Response of Single and Multidegree of Freedom Systems to Non-stationary Random Excitations Jour, Sound Vib. Vol, 7 pp 393-416 (1968)
- 7) 中山隆弘, 小松定夫, 角田直行：構造振動系の非定常スペクトル応答解析法について土木学会論文報告集に投稿中
- 8) 小松定夫, 中山隆弘：材料強度のばらつきを考慮した非定常不規則振動体の初通過破壊確率土木学会論文報告集，第278号 pp 25-38 (1978)
- 9) 中山隆弘, 小松定夫：非定常スペクトルによってモデル化される不規則外力を受ける構造物の初通過確率土木学会論文報告集に投稿中