

システム同定

—モデル構造識別とパラメータ推定—



研究ノート

魚崎勝司*

1. はじめに

入力に対し、それと何らかの因果関係をもつ出力が生み出される過程(図1)を一般に「システム」といっている。この意味でさまざまな自然現象や社会現象をはじめ、電気・電子回路や生産プロセスもまた一つのシステムであると考えられる。

いまこのようなシステムを対象として、その解析・最適化・予測・計画・設計などを行おうとするとき、対象とするシステムの本質的な部分に関する知識を有用な形に縮約して表現する数式モデルが心要となる。このようなシステムのモデルをつくる過程をモデリングと呼び、通常図2に示す手順によって行われる。図2で点線で囲んだ部分を特に「システム同定」と呼んでいる¹⁾。すなわちシステム同定はシステムの入力データに基づいて行われるモデルの構造およびパラメータの推定とその検証であるといえ、広い意味でいわゆる「逆問題」の範疇に入る。このシステム同定に関する研究はすでに20年余りの歴史をもっており、当初問題とされていたデータ処理の面における複雑さも近年のコンピュータのハード・ソフト両面での発展に伴なって大きな障害ではなくなって、応用面も含めてきわめて活発な研究が推進されてきてい

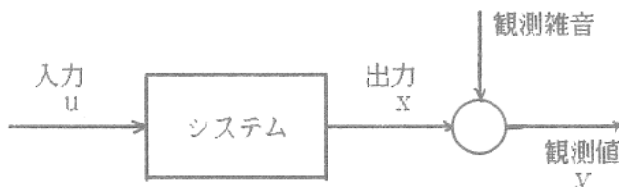


図1 システム

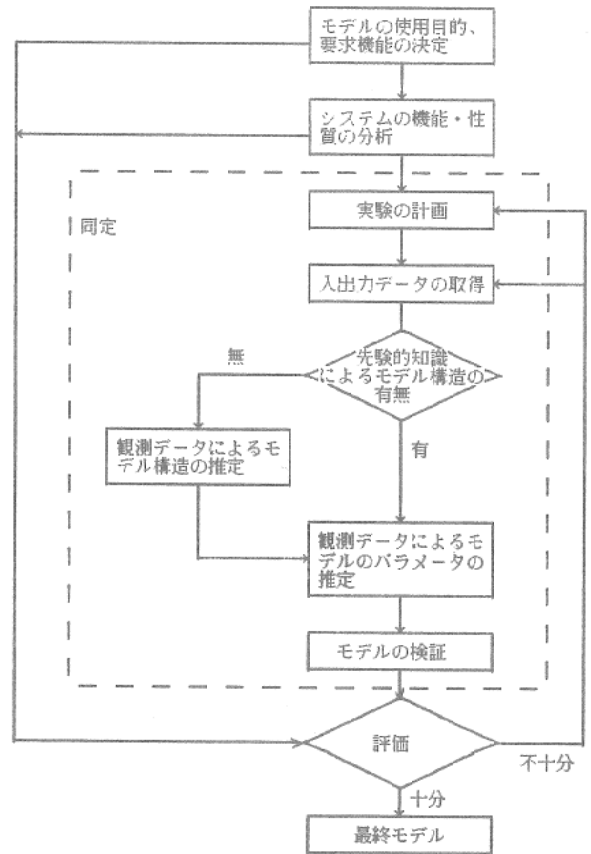


図2 モデリングの流れ

る。その結果、3年毎に開催されているシステム同定に関する国際的なシンポジウムも規模が拡大し続け、シンポジウムのトピックスの分割による規模の適正化もささやかれるほどである。以下ではこのシステム同定の手法に関して筆者らの行ってきた研究の一端を紹介する。

2. モデル構造識別のための最適入力

図2に示すようにシステム同定の第一段階はモデル構造の推定である。あらかじめ物理・化学などの法則に基づいてモデルの構造が明らかであればそれを利用することが考えられるが、大規模プラントのようにシステムの内部構造が

*魚崎勝司 (Katsuji UOSAKI), 大阪大学工学部, 応用物理学科, 助教授, 工学博士, 数理工学

非常に複雑であったり、最新の物理・化学的知識をもってしても不明な点が多い場合には、時系列モデルで代表されるブラックボックス的モデルを構築せざるを得ない。いずれにしても入出力間の関係をより良く表現するモデル構造を採用することが必要であるが、モデル構造の可能性が2つ以上あるとき、このモデルの候補の中からより適切な構造のモデルを採用することが要求される。システムの出力は入力により変化するから、入力をモデル間のちがいが明確に出力に反映するよう選べると都合がよい。一般にこのように入力の選択によってシステム同定をより効率的に行おうという試みは、システム同定の実験計画と呼ばれて、従来主にシステム同定の第二段階であるパラメータ推定をより精密に行うことを目的として研究が進められてきたが、モデル構造の識別を目的とした入力の選定に関する研究はそう多くはなかった。筆者らは、次数の異なる2つの自己回帰型モデル

$$x_t = a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_n x_{t-n} + u_t + \varepsilon_t,$$

$$x_t = a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_{n-1} x_{t-(n-1)} + u_t + \varepsilon_t,$$

のいずれがふさわしいかを効率的に識別するための入力 u_t の選択を、出力の大きさに制限がある場合に識別能力（尤度比検定の検定力）を最大にする D_s 規範に基づいて、また入力の大

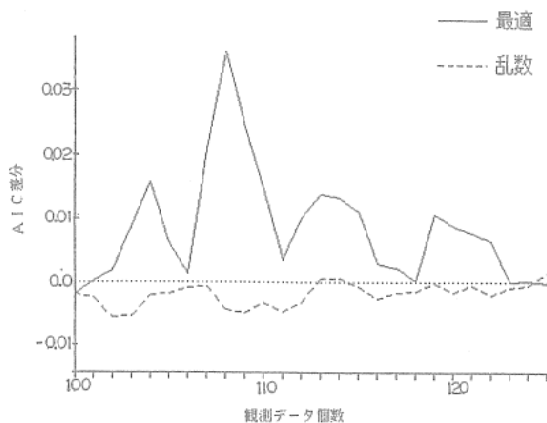


図3 入力によるモデル識別力の変化

きさに制限がある場合には確率分布識別のための規範である Kullback - Leibler 情報量規範に基づいてそれぞれ導出し、これらの入力により次数の識別が良好に行われることを示した²⁾。時系列モデルの次数の推定値としては赤池情報量 (AIC) を最小とするものがとられるから、真の次数に対する AIC が最小値を与え、しか

もその前後の次数での AIC との差が大きければ識別がやりやすいわけである。図3には Kullback - Leibler 規範に基づく最適入力に対して、真の次数が n であるときに $(n-1)$ 次での AIC の値と、 n 次での AIC の値との差の取得データ数による変化を与えている。ランダムな入力を採用した場合と比較して、この差が正でしかも大きいことは識別の容易さを示していることになる。

3. ノンパラメトリックな逐次パラメータ推定

与えられたシステム構造をもつモデルに含まれるパラメータの推定がシステム同定の第二段階である。パラメータの推定法としては数理統計学の分野で発展してきた最尤推定法や Bayes 推定法などに基づく手法が用いられることが多いが、これらの手法はシステムに含まれる雑音など確率因子の確率分布が例えば正規分布であるというように特定の分布を仮定してつくられている。ところが現実にはこのような仮定が完全に成り立っていることは稀であり、中心極限定理により裏付けされている正規分布の場合にしても真の確率分布からのずれはどうしても存在しており、このずれによる推定値への影響が無視できないことも多い。そこで確率因子の分布を特定のものに限定するのではなく、ある広い分布のクラスを考えて、それに属する分布の如何に拘らず推定が可能となるノンパラメトリックな推定法や、仮定した確率分布から真の分布が多少ずれても推定性能の余り劣化しないロバストな推定法が要求される。前者の立場に立つものとして確率近似法に基礎をおく推定法がある。従来この手法は連続的な値をとるパラメータに対して開発されており、時系列モデルの次数のように離散的な値のみをとるパラメータの場合には適用できなかった。そこでこのような場合にも適用できるような確率近似型手法を導出し³⁾、自己回帰時系列モデルの次数同定に適用し、また回帰係数の推定には最小2乗法を併用することにより、データの取得と共に、次数と回帰係数の二組のパラメータの推定値を同時更新していくオンライン (逐次) 型自己回帰時系列モデル同定法を開発した⁴⁾。図4はこ

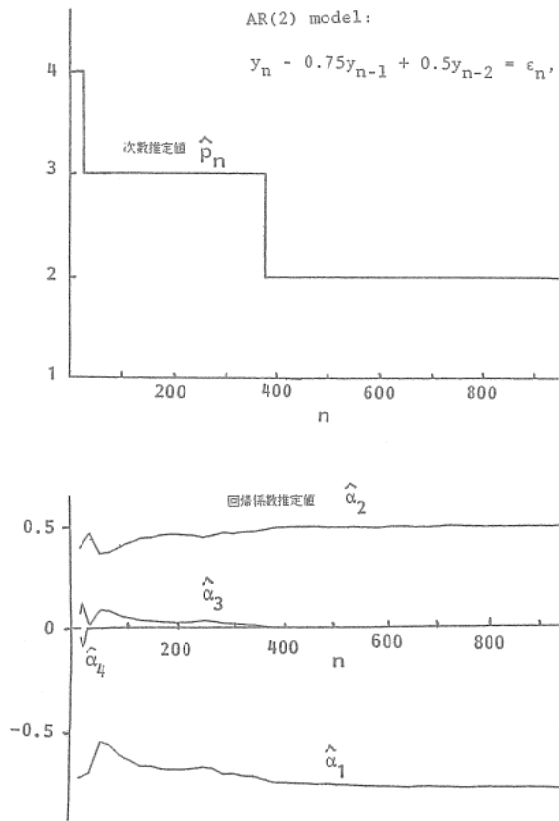


図4 自己回帰時系列モデル逐次同定の結果

の手法による自己回帰時系列モデルの同定結果を示すもので、次数・回帰係数のいずれの推定値もデータ数の増加と共に真値に収束していく様子がわかる。

なおこのノンパラメトリックな同定法は、ロバストな同定法を導出する基礎をも与え、この立場から筆者らもロバスト同定法について検討をすすめている。

4. おわりに

システム同定の概念と、その各段階に対する一二の手法についてふれたが、もとよりシステム同定の各段階、とりわけモデル構造の推定とモデルのパラメータの推定とは相互に関連しあっているため、例えば入力を選択についても構造識別能力とパラメータ推定精度の両方を考慮するなど、総合的なシステム同定手法の開発が必要となろう。そのためにはシステム同定やモデリングの最終目的を明確に意識することが重要であることはいうまでもない。

文 献

- 1) R. K. Mehra and D. G. Lainitis (eds.), System Identification — Advances and Case Studies, Academic Press (1976)
- 2) K. Uosaki, I. Tanaka and H. Sugiyama, IEEE Trans. on Auto. Contr. AC—29, 348 (1984)
- 3) 魚崎, 森田, 計測自動制御学会論文集, 22, 270 (1986)
- 4) K. Uosaki and H. Morita. Proc. 7th IFAC Symp. Identification and System Parameter Estimation, 1619, York, UK (1985)