人間と物の寿命評価について

若者

平尾桂一*

1990年夏，記録的な猛暑が続いていたが，この環境の厳しさにもかかわらず，日本人の平均余命が伸びたことが報じられた．表1[(1)]は，

表1　1989年10月現在の簡易生命表

年齢	男	(延び)	女	(延び)
0	75.91	0.37	81.77	0.47
5	71.42	0.35	77.24	0.45
10	66.50	0.35	72.30	0.46
15	61.55	0.34	67.34	0.45
20	56.74	0.34	62.41	0.45
25	51.96	0.34	57.51	0.45
30	47.15	0.34	52.61	0.45
35	42.33	0.34	47.72	0.44
40	37.56	0.32	42.89	0.45
45	32.91	0.32	38.11	0.44
50	28.38	0.30	33.40	0.43
55	24.07	0.28	28.80	0.43
60	20.04	0.26	24.31	0.43
65	16.22	0.27	19.95	0.41
70	12.66	0.27	15.82	0.40
75	9.52	0.26	12.00	0.38
80	6.91	0.22	8.67	0.31
85	4.92	0.17	6.02	0.25
90	3.44	0.13	4.02	0.20

1989年10月現在の簡易生命表である．平均余命は，5年ごとに行われる国勢調査に基づいて年齢別の死亡率を算出し，完全な形の生命表として公表される．しかし，公表されるまでに時期的な遅れが生じるので，人口動態統計（概数）と推定人口から作られ，毎年公表される簡易生命表が完全生命表の間を埋めるものとして良く利用されている．折しも1990年10月は国勢調査の時期であり，いずれ完全生命表が公表されるであろう．一般に，平均余命とは人間があと何年生きるかを示すもので，零歳児の平均余命を平均寿命と呼び，保険福祉の水準の指標として使われていることは良くご存じのことと思いますが，いかにして平均余命を算出しているかについてご存じの方は以外に少ないと思われますので，簡単に算出法を説明すると共にもう一つの主題である物の寿命推定について話を進めることにします．

図1[(2)]は，75歳の万年青年を10人連れて来

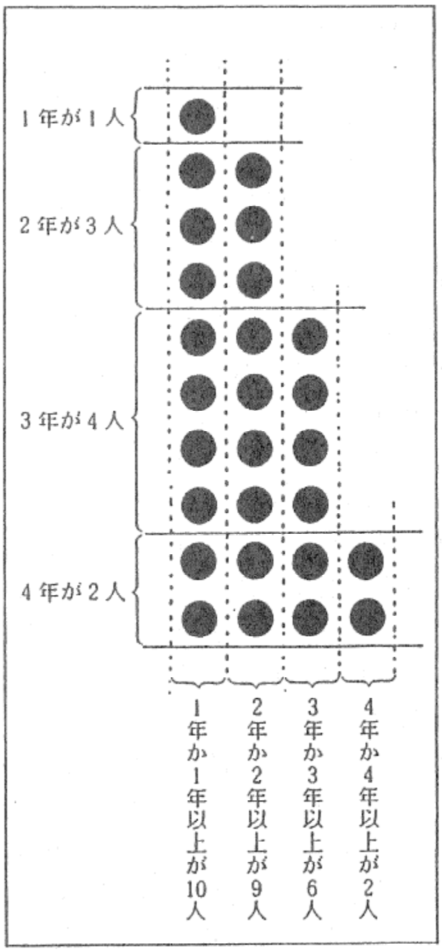

図1　75歳の万年青年10人の余命と延べ余命の考え方

たところ，それぞれの余命が1年から4年まで図1左側に示す人数であったとする．ただし，余命はそれぞれの人間にとって後何年生きられるかという年数であるから，事前に分かるはずはないのであるが，仮に分かったとして話を進める．そして，実際の75歳の万年青年の平均

*平尾桂一(Keiichi HIRAO)，大阪大学工学部，材料物性工学科，山根研究室，文部技官

余命はもっと長いが，小生の計算能力の都合上小さい値にしている．10人の余命の合計は

$$1\times1+2\times3+3\times4+4\times2=27\text{年} \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

となり，１人当たりの平均余命は

$$27\div10=2.7\text{年} \quad \cdots\cdots\cdots(2)$$

になり，図中の黒丸の総数が延べ余命となる．黒丸の数え方は左から右へと数えていってもよいので，１番目の列が10個，２番目の列が９個，３番目の列が６個，４番目の列が２個で

$$10+9+6+2=27 \quad \cdots\cdots\cdots(3)$$

となる．縦に並んだ黒丸の数は，余命が１年か１年以上の人の数，２年か２年以上の人の数，３年か３年以上の人の数，４年か４年以上の人の数と解釈できる．実際の平均余命は，この考え方に基づいて計算されている．例えば，75歳の人の数は余命が１年か１年以上の人の数，76歳の人の数は75歳の人を基準にすると余命が２年か２年以上の人の数となる．同様にして，最高齢の方までの人数と延べ余命を求める．つまり，75歳の人の平均余命は75以上の人の数（＝75歳の人の延べ余命）を75歳になったばかりの人の数で割り算すればよいという，極めて簡単な関係から求められる．これは，あらかじめ正確な死亡率が求められていることに起因している．x歳の人の平均余命についてもこの関係から同様に計算できる．

平均余命と共に日本の製品の信頼性も飛躍的に向上しており，一般的な使用環境では，充分すぎるくらいの高品質を長時間持続することができる．この技術は，ある製品を苛酷な環境下で使用する場合でも遺憾なく発揮されているが，当然のことながら，使用環境が苛酷であればあるほどその寿命（耐用年数）は短くなる．この場合，最も寿命の短い製品が問題になり，この値が製品の信頼性を示す指針となる．物の寿命を評価するのに極値統計的手法[3]，この場合は最小値分布であるWeibull分布が用いられている．しかし，物の寿命を評価する場合には余寿命評価のように死亡原因や正確な死亡率が分かっているわけではなく，物の寿命を決定する要因が起こるか起こらないか曖昧な使用環境である場合や材料強度，疲労そして腐食現象のように本質的に確率的性質を有していることなどから統計論的手法のみで定量的な取り扱いはできない．ただし，人間と違って適当な加速試験を行い，曖昧な現象を再現することができ，研究室規模の実験からでもかなりの水準の寿命評価が可能となる．

Weibull分布も含めて極値統計で考えられている故障モデルは，故障の原因となる箇所が変化しないと仮定されており，時間を含む動的な確率事象の解析に応用できるようにする必要がある．まず，Weibull分布

$$F(x)=1-\exp[-\{(x-\gamma)/\eta\}^{m}] \quad \cdots\cdots(4)$$

γ＝位置パラメータ
η＝尺度パラメータ
m＝形状パラメータ

は，m値によって

$m\fallingdotseq 1$	指数分布
$m\fallingdotseq 1.4$	二重指数分布（最大値）
$m\fallingdotseq 3.7$	正規分布
$m\fallingdotseq 25$	二重指数分布（最小値）

のように，他の分布を近似させることができることとWeibull分布関数から計算で求められる故障率$\mu(t)$は，

$$\mu(t)=f(t)/\{1-F(t)\}=(m/\eta^{m})t^{m-1} \cdots(5)$$

$m<1$	初期故障型
$m=1$	偶発故障型
$m>1$	摩耗故障型

とm値の大きさから故障形態が分かる．これらの各パラメータは，市販のWeibull確率紙を用いれば簡単に算出できる．

一方確率論[4]では，試行回数N，時刻tでこの確率事象を表すのに用いる確率変数X_NとX_tの集合$\{X_N\}=\{X_1, X_2, \cdots\cdots, X_N\}$と$\{X_t\}$を確率過程と言っており，曖昧な現象が時間に依存することを意味している．いま同じ試行を繰り返し行うとすると，初めの状態からn回目の試行の状態を$X_0, X_1, X_2, \cdots\cdots$，$X_n$とm個あるとする．n回目の試行でm個の状態のなかでjという状態になることを$X_j(n)$のように表す．ここで

$j=1,2,\cdots\cdots$, m で $X_j(n)$ のとる値を $X_j(n)$ のように表し，n 回の試行により a, b, ……, i の状態を経てn回目に j という状態になる確率 $P(x_a(0),\ x_b(1),\cdots\cdots,\ x_i(n-1),x_j(n))$ は

$$
\begin{aligned}
&P(x_a(0),x_b(1),\ \cdots\cdots,\ x_i(n-1),x_j(n))\\
&\quad =P(x_a(0))P(x_b(1)\ |x_a(0))P(X_c(2)\ |x_a(0),\\
&\quad x_b(1))\cdots\cdots P(x_j(n)\ |x_a(0),\\
&\quad x_b(1),,x_i(n-1)) \qquad \cdots\cdots\cdots(6)
\end{aligned}
$$

のように表される．ここで，$m \geqq j$, $a,b,c,\cdots\cdots$, $i \geqq 1, n=0,1,2,\cdots\cdots$, n である．もしこれらの試行が独立であるなら，各状態の確率 $P_k(k=0,1,2,\cdots\cdots,\ n)$ の積の形になり，試行が独立でない場合は n 回目に起こった事象の確率 $X_n=x_j(n)$ が n 回目よりも以前に起こった事象の影響を受ける．実際の現象ではある程度以前の履歴は現在の事象に影響を与えない場合が多く，これを Markov の鎖という．

一般に，n 個の状態で（n−1）段の遷移の確率過程は

$$
\begin{aligned}
dp_{n-1}/dt= &\mu_{n-2,n}P_{n-2}(t)\\
&-(\mu_{n-1,\ n}+\nu_{n-1,n-2p})P_{n-1}(t)\\
&+\nu_{n,n-1}P_n(t) \qquad \cdots\cdots\cdots(7)\\
P_i(t)=1 & \qquad \cdots\cdots\cdots(8)
\end{aligned}
$$

なる連立微分方程式を解けばよい．ここで，μ は n が増加する方向，ν は n が減少する方向への遷移確率を示す．確率過程を決定するには連立微分方程式を解いて遷移確率を求める必要があるが，Weibull 分布の故障率が遷移確率と等しい(5) ことに着目すれば，方程式を解くことなく Weibull 分布の各パラメータから式(6)によって，容易に知ることができる．しかも，Weibull 分布は本来極小値の極値統計分布であることのほかに，前述したような有用な特徴があり，さまざまな現象を記述するのに都合がよい．

図 2 (6) は，3.5% NaCl 水溶液中の Al−Zn−Mg 合金を定荷重法によって応力腐食割れ寿命を測定した場合，割れ発生・伝播に伴って増加する試験片の伸び変化(a)と確率過程の遷移図(b)を示す．図 2 (a)は，破断寿命 t_f が試験開始より伸びがなく時間軸に平行な直線部の時間 t_i と，割れが発生して伝播し破断に至るまでの時

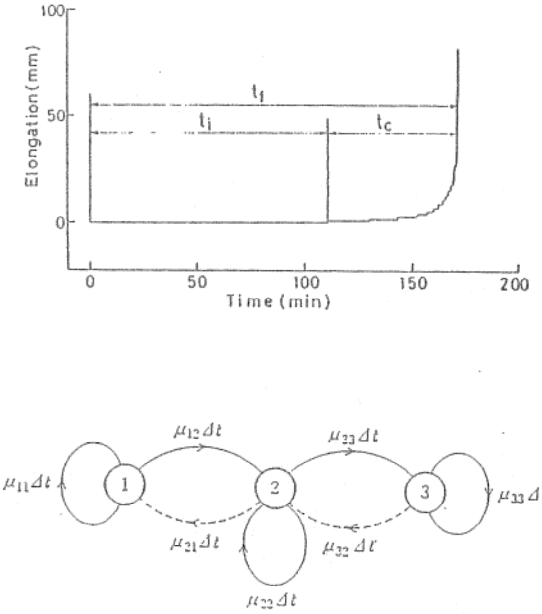

図 2　3.5%NaCl水溶液中のAl-Zn-Mg合金を定荷重法によって応力腐食割れ寿命を測定した場合の試験片伸び−時間曲線(a)と確率過程の遷移図(b)

間 t_c との二つの領域から成り立っていることを示している．t_i と t_c それぞれが確率過程であり，それらが連続して生じて破断に至る確率過程であることを確率過程論で用いられている遷移図で示すと，“破壊していない状態（試験開始から t_i まで）”（状態 1），“亀裂が発生して伝播している状態（t_i から破断まで）”（状態 2），“破壊した状態”（状態 3）の三状態（式(7)(8)の n=1,2,3,）で遷移は二段となる．更に，状態 3 から状態 1 方向への遷移はありえない（破壊したものがもとどうりにならない）ことから，式(7)(8)は，

$$dP_1/dt=\mu_{12}P_1 \qquad \cdots\cdots\cdots(9)$$

$$dP_2/dt=\mu_{12}P_1(t)-\mu_{23}P_2(t) \qquad \cdots\cdots\cdots(10)$$

$$dP_3/dt=\mu_{23}P_2(t) \qquad \cdots\cdots\cdots(11)$$

$$\Sigma P_i=1 \qquad \cdots\cdots\cdots(12)$$

となる．μ_{12} と μ_{23} は，それぞれ t_i と t_c における遷移確率すなわち故障率である．図 3 (6) は，種々の温度で応力腐食割れ試験を行った場合の t_f と t_i が，Weibull 分布によく従っていることを示している．同様に，t_c も Weibull 分布に従う．これらから各パラメーターを求め，$\lambda(t_i)$，

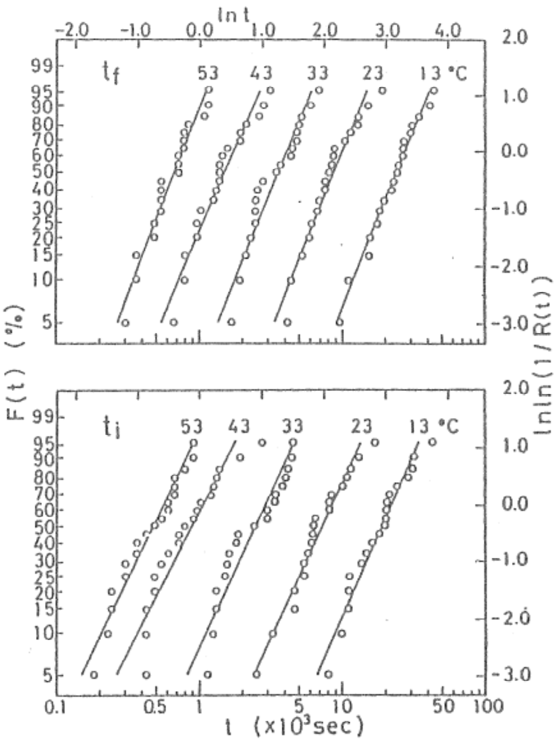

図3　種々の温度で応力腐食割れ試験を行った場合のt_fとt_i

$\lambda(t_c)$及び$\lambda(t_f)$を計算した一例が図4[6]である．$\lambda(t_i)$，$\lambda(t_c)$及び$\lambda(t_f)$は，時間と共に増加しており，$\lambda(t_c) > 0$となる時間から状態1から状態2への遷移が起こり始め，$\lambda(t_i) < \lambda(t_c)$になると状態2から状態3への遷移が起こることを示している．以上，腐食の試験開始から終了までを確率過程として統計的方法で調べ，その材料の寿命を定量的に評価できることを示したが，実際の環境は複雑であるので，この種の研究の積み重ねが必要であると考えられる．

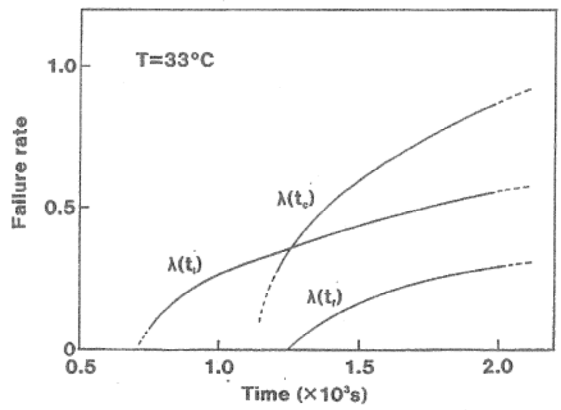

図4　図3から求めた各パラメターを用いて計算した$\lambda(t_i)$，$\lambda(t_c)$及び$\lambda(t_f)$の例

参考文献

1) 朝日新聞：1990年8月5日，朝刊.
2) 中村義作：実践統計，海鳴社，（1986）.
3) 例えば，真壁肇ほか：信頼性モデルの統計解析，共立出版，（1989）.
4) 例えば，小山昭雄：マルコフ過程とその周辺，東洋経済新報社，（1984）.
5) 横堀武夫：機械の研究，38（1986），809.
6) 岡ほか：軽金属，36（1986），15.