続・人間と物の寿命評価について

研究ノート

平　尾　桂　一*

A Sequel to the Life Estimation of Human and Thing

Key Words : Statistical theory, Stochastic theory, Life estimation, Weibull probability

1．は　じ　め　に

1990年夏，貴会の「若者」というコラムに投稿する機会を得た[1]．その当時記録的な猛暑が続いていたにもかかわらず日本人の平均余命が伸びたことが報じられた[2]ことと小生がすでに「物」の寿命評価法[3]についていくつか仕事をしてきたことから，「人間と物の寿命評価について」執筆させていただいた．「人間」については門外漢であったが，貴会に掲載させていただいたのを機に関連する知識・情報が集まり始め，「物の寿命評価」について講演する際には，多くの方々からお寄せいただいた情報の一部をご披露してから本題に入ることにしている．今回のコラムは「研究ノート」であるが，上記のような表題とさせていただく．

2．人間の寿命にまつわる知識

人間の寿命にまつわる情報の多くは特定の年齢を祝う習俗である「算賀」で，室町時代後期ごろから儀式化されたと言われている．生まれたときの干支に戻ることから名付けられた「還暦（満60才，他の「算賀」は数え年)」はその代表である．しかし，人生30あるいは40年くらいの時代に「還暦」を迎えるのは極めて稀で，七五三（7，5，3才），袴着（5才），元服（15才：実際は親の都合で11から15才の間に適宜行われた)，厄年(女性19と33才，男性25と42才)，初老（40才）などが一般的であった．現代の日本人の平均余命は「還暦」どころか，男性でも75才を上回っている．この評価法はあらかじめ求められた正確な死亡率に起因し，簡単な原理から計算できることは既に述べた[1]とうりである．しかし，室町時代に考えられた「算賀」は現代は勿論のこと江戸時代ごろ既に実状に合わなくなり，そのころから字画等に会わせて種々考案され始めた．例えば，杜甫の詩「人生七十古来稀なり」より古稀（70才），喜の草書体「㐂」より喜寿（77才），傘の略字「仐」より傘寿（80才），米の字が「八十八」より米寿（88才），卒の略字「卆」より卒寿（90才)，「百」より「一」を引くと「白」であることから白寿（99才），「茶寿」（「艹」＋「仐」＋「八」＝20＋80＋8＝108才）などがある．100才を越える「算賀」が考案されていることから，日本がいかに長寿国であるかが想像できる．現在も日本人の平均寿命は世界一を維持している．この長寿をハード面から支えているのが医療技術等（癌，心臓病，脳血管疾患が克服できると男性は約10才，女性は約9才長寿になると推定[4]）であれば，ソフト面の一つに「算賀」があると言っても差し支えないし，今後益々「算賀」の必要性が認識されるであろう．

3．物の寿命評価

物の寿命は材料強度や疲労などの機械的性質から判定することが多いが，それらの諸性質は

*Keiichi HIRAO
1953年7月20日生
1975年3月大阪工業大学工学部電子工学科卒業
現在，大阪大学工学部材料物性工学科，文部技官，工学博士，材料組織学
TEL 06－879－7493（直通）

本質的に確率的性質を有していることが知られている．更に，腐食および応力腐食割れ（以下，SCC）現象のようにある環境に物がさらされる場合，その物の寿命を決定する確率的要因は使用環境に依存して変化する．このことは，寿命を決定する原因は，時間と共に変化することを意味している．したがって，寿命を決定する箇所が時間と共に変化しないと仮定されている統計論的故障モデルのみで物の定量的な寿命評価を行えないことが分かる．しかし，確率過程論的手法のみで定量的な取り扱いをするためには，繁雑な数学的取り扱いが必要である．もし，ある確率過程の現象がある統計分布に従うことが見いだされると，統計分布と確率過程との間の関係を調べれば統計分布を確率過程に用いることができ，繁雑な数学的取り扱いが解消できる．その例[5]として，指数分布を確率過程論的に解釈して孔食発生過程に適用したものがある．しかし，SCC現象のように二つ以上の確率過程からなる場合，それらが同じ統計分布で表せるか異なる場合であっても一つの統計分布で種々の分布を記述できれば良い．Weibull分布の累積分布関数F(x)は位置パラメータγ，尺度パラメータη及び形状パラメータmとすると

$$F(x)=1-\exp[-\{(x-\gamma)/\eta\}^m] \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

と表され，m値によって指数分布（m≒1），二重指数（最大値）分布（m≒1.4），正規分布（m≒3.7），二重指数（最小値）分布（m≒25）のように種々の分布を近似させることができ，各パラメータから計算で求められる故障率$\lambda(t)$は

$$\lambda(t)=f(t)/\{1-F(t)\}=(m/\eta^m)t^{m-1} \quad \cdots(2)$$

で，m値の大きさから故障形態（初期型（m<1），偶発型（m=1），摩耗型（m>1））も分かる．次に，Weibull分布と確率過程論との関係を調べる．

確率過程論[6]では，試行回数N，時刻tにおける確率事象の確率変数X_NとX_tの集合$\{X_N\}=\{X_1, X_2, \cdots\cdots, X_N\}$と$\{X_t\}$を確率過程と言っており，曖昧な現象が時間に依存することを意味している．いま同じ試行を繰り返し行うとすると，初めの状態からn回目の試行の状態をX_0，X_1，…，X_nとm個あるとする．n回目の試行でm個の状態のなかでjという状態になることを$X_j(n)$のように表す．ここでj=1, 2, …, mで$X_j(n)$のとる値を$x_j(n)$のように表し，n回の試行によりa, b, …, iの状態を経てn回目にjという状態になる確率$P(x_a(0), x_b(1), \cdots, x_i(n-1), x_j(n))$は

$$\begin{aligned}&P(x_a(0), x_b(1), \cdots, x_i(n-1), x_j(n))\\&\quad=P(x_a(0))P(x_b(1)|x_a(0))\cdots\\&\quad\cdots P(x_j(n)|x_a(0), \cdots, x_i(n-1)) \quad \cdots\cdots(3)\end{aligned}$$

と表される．m≧j, a, b, …, i≧1, n=0, 1, …, nである．もしこれらの試行が独立であるなら，各状態の確率$P_k(k=0, 1, \cdots, n)$の積の形になり，試行が独立でない場合はn回目に起こった事象の確率$X_n=x_j(n)$がn回目よりも以前に起こった事象の影響を受ける．実際の現象ではある程度以前の履歴は現在の事象に影響を与えない場合が多く，これをMarkovの鎖という．一般に，n個の状態で（n−1）段遷移のMarkovの鎖は

$$\begin{aligned}dP_{n-1}/dt &= \mu_{n-2,n}P_{n-2}(t)\\&\quad-(\mu_{n-1,n}+\nu_{n-1,n-2})P_{n-1}(t)\\&\quad+\nu_{n,n-1}P_n(t) \qquad \cdots\cdots\cdots(4)\end{aligned}$$

$$P_i(t)=1 \qquad \cdots\cdots\cdots(5)$$

の連立微分方程式となる．ここで，μはnが増加，νはnが減少する方向の遷移確率である．

確率論と統計論との関係は，話を簡単にするために負荷の瞬間を時間の原点とし，一つの亀裂が発生すれば最終の破壊に導く二状態一段遷移の破壊過程を考える．時刻tまで破壊が起こらず，次の微小時間dt内に亀裂が発生する確率（=遷移確率）を$\mu(t)\,dt$とすると，式(4)より

$$dP_1/dt=-\mu_{12}P_1(t) \qquad \cdots\cdots\cdots(6)$$

になる．時刻tまで破壊が起こらない確率をP_s，時刻tとt+dtの間で破壊が生じる確率あるいは頻度をf(t)とすると

$$f(t)=-dP_s/dt \qquad \cdots\cdots\cdots(7)$$

で，式(6)と同様な記述をすると

$$-dP_s/dt=-\mu P_s(t)$$
$$=f(t) \quad \cdots\cdots\cdots(8)$$

となる．$\mu(t)$ は式(8)より

$$\mu(t)=f(t)/P_s(t) \quad \cdots\cdots\cdots(9)$$

となる．$P_s(t)$ は時刻 t まで破壊が起こらない確率であるから，信頼度 R(t) を意味しており，

$$f(t)/R(t)=f(t)/\{1-F(t)\}$$
$$=\lambda(t) \quad \cdots\cdots\cdots(10)$$

となり，式(2)に示したWeibull分布の故障率を示しており[7]，故障率から確率方程式を解くことなく遷移確率が分かる．

4．原子炉燃料被覆管材料の寿命評価例

定荷重法によるSCC試験の破断寿命 t_f は試験片の伸び変化から，試験開始より伸びがなく時間軸に平行な直線部の時間 t_i と割れ発生・伝播に伴って伸びが増加後破断するまでの時間 t_c との二つの領域から成り立っていることが知られており，このことを遷移図で示すと，“破壊していない状態”(状態１)，“亀裂が発生した状態”(状態２)，亀裂伝播して“破壊した状態”(状態３)の三状態で遷移は二段となる[8]．破壊したものが元に戻らないことから，式(4)と(5)は

$$dP_1/dt=-\mu_{12}P_1(t) \quad \cdots\cdots\cdots(11)$$

となる．μ_{12} と μ_{23} は式(10)に示したようにWeibull分布のパラメータから求められる．

遷移確率は状態遷移と確率変数が示す事象の生じやすさを示すが，実際の現象との対応がつきにくい．そこで，確率変数が示す事象，例えば t_f であると，その確率密度関数 $f(t_f)$ は破断の分布とよく対応することが報告(9)されており，感覚的に最も分かりやすい関数であるので，$\lambda(t_i)$，$\lambda(t_c)$ と $f(t_r)$ と組み合わせることは有効である．$f(t_f)$ と $\lambda(t_i)$，$\lambda(t_c)$ は[10]

$$f(t_f)=\{\lambda(t_i)\lambda(t_c)/\lambda(t_c)-\lambda(t_i)\}$$
$$\{\exp(-\lambda(t_i)t)-\exp(-\lambda(t_c)t)\} \quad \cdots\cdots\cdots(15)$$

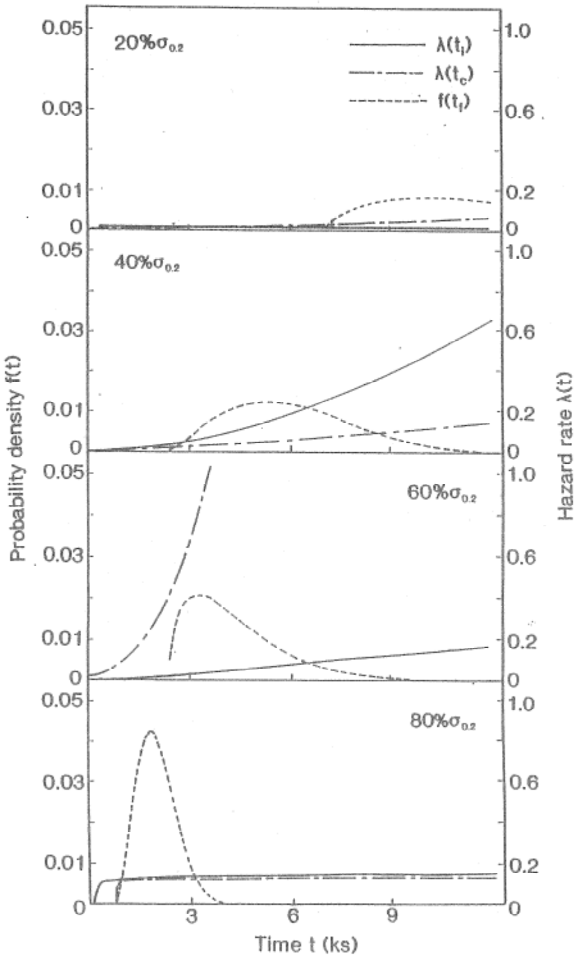

図１

で示され，確率状態が推移した結果生じるSCCの進行の様子が分かる．

図１[8]は電位200mV一定，種々の応力下で１NHC1水溶液中のジルカロイ-2合金を定荷重SCC試験し，t_i，t_c及びt_fをWeibull分布で整理することによって各パラメータを求め，$\lambda(t_i)$，$\lambda(t_c)$及び$f(t_f)$を計算したものである．20% $\sigma_{0.2}$ の応力下での $\lambda(t_i)$，$\lambda(t_c)$ 及び $f(t_f)$ は，第一から二状態への遷移では $\lambda(t_i)>\lambda(t_c)$ になり，科学的因子が大きく影響しているが，第二から三状態への遷移では $\lambda(t_i)<\lambda(t_c)$ となり，機械的因子が支配的となる．$f(t_f)$は $\lambda(t_i)<\lambda(t_c)$ となる時間t以後に $f(t_f)>0$ となり，破壊が生じ始めることを示している．しかし負荷応力が増加すると，例えば40% $\sigma_{0.2}$ では $\lambda(t_i)$，60% $\sigma_{0.2}$ では $\lambda(t_c)$が大きくなり，それぞれ試験途中で他方の遷移確率と逆転することはない．しかし，$f(t_f)>0$ となる時間 t 以後に破壊が生じている．

このことは，負荷応力によって一方が促進されたままSCCが進行しており，試験条件が苛酷であったことを示している．

確率状態の推移とその結果生じるSCCが統計と確率過程論を組み合わせた手法によって簡便に調べられ，実験室規模の試験が適切な条件で行われているかも判断できる．この手法は，SCCのみならず他の曖昧な現象にも適用できる．

参考文献

1）平尾桂一：生産と技術，43 (1991)，17．

2）朝日新聞：1990年8月5日，朝刊．

3）例えば，T. Yamane，K. Hirao，K. Yoshimoto，T. Oka and Y. Takeda：Z. Metallkde，74 (1983)，603．

4）朝日新聞：1991年8月19日，朝刊

5）T. Shibata：Corros. Sci.，31 (1990)，413．

6）例えば，小山昭雄：「マルコフ過程とその周辺」，東洋経済新報社，(1984)．

7）横堀武夫：機械の研究，38 (1986)，809．

8）平尾桂一：「原子炉燃料被被覆管材料の応力腐食割れとその信頼性寿命評価」，大阪大学博士論文，1994年2月

9）岡俊　博，平尾桂一，南埜宜俊，山根寿己：軽金属，39 (1989)，865．

10）横堀武夫，横堀寿光，淡路英夫：日本材料強度学会誌，18 (1984)，43．