研究ノート

構造系と制御系の同時設計

池 田 雅 夫*

Simultaneous Design of Structure and Control

Key Words : Mechanical Systems, Structure, Control, Simultaneous Design

1. は じ め に

制御理論において，通常，制御系設計とは，制御対象が与えられ，それが望ましい振る舞いをするようにコントローラを設計することを意味する．多くの制御理論の研究者は，この枠組みに対してほとんど疑問をもっていない．しかし，制御理論以外の分野の人からは，納得がいかない部分があるようである．筆者は，以前，ある同僚から，そのような枠組みのことを設計と呼ぶべきではない，という指摘を受けたことがある．すなわち，制御対象が与えられ，それをそのまま認めて，その外付けになるコントローラをいじくっても大したことはできず，その程度のことを設計と呼ぶことは不遜であるということであった．

しかし，世の中の多くのシステムにおいて，制御対象は制御以外の制約によって決まっているとされ，制御の観点から制御対象を変更することは，通常，認められない．これは，多くの制御対象が，現在の発展した制御の手法になじみの少ない人によって設計されており，実態の主導権を制御以外の要素が先に取っていることが一つの理由である．また，制御の観点も加味して制御対象の設計を変更することが認められたとしても，これまで有効な指針がほとんどなかった．

この状況を打ち破るために，「構造系と制御系の同時設計」という概念が，まず，宇宙構造物の分野で生まれた．そして，最近，この考えを地上の構造物や機械システムに広めようという動きが起きつつある．そのような研究はまだ少数であるが，制御を含む機械システムの設計の枠組みは，将来，同時設計の考えに基づくべきであり，今後の発展が望まれる．これまで，筆者も研究テーマの1つとして同時設計問題を扱ってきたが[1]，その経験に基づき，今後の研究方向を考えてみる．

2. 多 目 的 問 題

地上の構造物には，重量を支えるなどの機能を実現するための構造系の仕様がまず存在する．そして，振動抑制などの制御系の仕様が存在する．したがって，構造系・制御系の同時設計問題は，異質の仕様が複数ある多目的の設計問題である．従来，この問題は，構造系の目的関数と制御系の目的関数をともに最適化することを望む方向で考えられてきた．しかし，多目的最適化問題には，通常，最適解は存在せず，したがって，非劣解を求め，その中から，解を選考するという考えが採られてきた．

それに対して，最近の数値計算手法[2]を活用すれば，各目的関数の値が指定された範囲（不等式制約）にあるような解を求めるという考えが有効になる．たとえば，制御理論においては，

*Masao IKEDA
1947年1月22日生
1971年大阪大学大学院・工学研究科・通信工学専攻修士課程修了
現在，大阪大学工学部電子制御機械工学科，教授，工学博士，制御工学
TEL 06−879−7335
FAX 06−876−4975
E-Mail ikeda@watt.ccm.eng.osaka-u.ac.jp

状態方程式

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+B_1w(t)+B_2u(t)$$
$$z(t)=C_1x(t)$$

で表されたシステムを状態フィードバック

$$u(t)=Rx(t)$$

で安定化し，得られる閉ループ系の外乱wから制御出力zまでのH_∞ノルム：

$$\sup_{\omega}\{C_1(jw-A-B_2\mathrm{R})^{-1}B_1\text{の最大特異値}\}$$

を指定された正数γ未満になるようにする制御問題の解は，線形の行列不等式

$$\begin{bmatrix} Q_s & B_1 & PC_1^T \\ B_1^T & -\gamma I & 0 \\ C_1P & 0 & -\gamma I \end{bmatrix}<0$$

$$Q_s=AP+B_2W+PA^T+W^TB_2^T$$

を満たす行列P(正定)，Wが存在することであり，そのとき，フィードバックゲインRは

$$R=WP^{-1}$$

で与えられることが知られている[3]．他の制御系仕様についても，また構造系についても，仕様を目的関数の値の範囲で表すことが妥当なことは多く，このような行列不等式表現は同時設計問題の解法として有効であると期待される．

3．パラメータに関して線形な表現

制御系設計理論の多くは，制御対象が状態方程式で記述されていることを前提としている．状態方程式は，コントローラの設計計算のためには都合がよい表現であるが，構造系を表現する方程式としては，よいとはいえない．なぜなら，変位q，操作入力u，外乱d，制御出力z，質量行列M，減衰行列D，剛性行列Kの構造系を表す運動方程式

$$M\ddot{q}(t)+D\dot{q}(t)+Kq(t)=Lu(t)+Hd(t)$$
$$z(t)=Nq(t)$$

を上の状態方程式の形に変換すると，変数と係数は

$$x=\begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix},\quad A=\begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix}$$

$$B_1=\begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}H \end{bmatrix},\quad B_2=\begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}L \end{bmatrix}$$

$$C_1=[N\quad 0]$$

となり，質量行列Mが逆行列M^{-1}の形で現れるからである．一般に，Mの要素の1つだけが変化した場合でもM^{-1}のすべての要素が変わるため，構造系のパラメータの変更は，状態方程式の係数行列の変更に複雑に現れる．

この問題を解決する方法の一つが，ディスクリプタ方程式[4]の採用である．いま，

$$E=\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix},\quad F=\begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -D \end{bmatrix}$$

$$G_1=\begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix},\quad G_2=\begin{bmatrix} 0 \\ L \end{bmatrix}$$

とおくと，上の係数をもつ状態方程式は

$$E\dot{x}(t)=Fx(t)+G_1w(t)+G_2u(t)$$
$$z(t)=C_1x(t)$$

と等価である．この式では，もともとの運動方程式の係数行列が，線形の形で現れている．したがって，各係数行列の変化を扱いやすく，モデリングという面でディスクリプタ方程式は優れている[5]．

さて，上のH_∞制御問題をディスクリプタ方程式表現を用いて考えてみよう．状態方程式とディスクリプタ方程式の係数の間には，

$$A=E^{-1}F,\ B_1=E^{-1}G_1,\ B_2=E^{-1}G_2$$

の関係があるから，これを上の行列不等式に代入し，左から$\mathrm{diag}\{E, I, I\}$を，右からその転置を掛けると，

$$\begin{bmatrix} Q_d & G_1 & EPC_1^T \\ G_1^T & -\gamma I & 0 \\ C_1PE^T & 0 & -\gamma I \end{bmatrix}<0$$

$$Q_d=FPE^T+G_2WE^T+EPF^T+EW^TG_2^T$$

を得る．この式は制御系設計に関する変数P, Wとともに，係数行列E, Fを通して構造系のパラメータM, D, Kを陽に含んでいる．したがって，構造系と制御系の同時設計に向いた定式化ができたといえる．

4．おわりに

制御系設計のかなり多くの問題が，線形の行列不等式の形に定式化でき，コンピュータのハードウェアとソフトウェアの進歩によって，最近，それらを容易に解くことができるようになってきた[2]．しかし，構造系・制御系の同時設計問題の場合は，上で与えた行列不等式のように，制御系設計に関する変数P, Wと構造系の変数M, D, Kの積が現れ，線形行列不等式としての定式化は不可能である．しかも，構造系パラメータM, D, Kは一般に相互に独立ではなく，したがって，同時設計問題のためには，今後，高次の行列不等式の有効な解法の開発が不可欠である．

参考文献

1) 多田幸生，菅　章二，池田雅夫：H_∞制御による外乱抑制のもとでの構造物の最適設計(線形行列不等式の適用)，日本機械学会論文集(C編)，61-587(1995)，2712-2717.
2) 特集「計算機能力を活用した制御系設計」，計測と制御，35-10(1996).
3) T. Iwasaki, Control System Design via LMIs, 計測と制御, 34-3(1995), 164-169.
4) 池田雅夫，Descriptor形式に基づくシステム理論，計測と制御，24-7(1985)，597-604.
5) 池田雅夫，モデリングと制御器設計の不可分性，システム/制御/情報，37-1(1993)，7-14.