天才達の試される時

随 筆

鈴 木 貴*

Time to train geniuses

Key Words: Modelling, Simulation, Analysis

1．私達は現在を生きているので過去のことは深く考えないものだが21世紀というものを目の前にするとやはりこの100年間が何であったかと思う．

1901年にヒルベルトは23の問題を数学者達に提示した．細かいことは別にして数学史的に言えば，最初の4半世紀に多くの崩芽的な研究がなされ，その成果が次の4半世紀に発展・整理されて世紀後半の現代数学の隆盛を導いたことになっている．それはそれで良いのだが，もしそうであるとすると大雑把に見つもって50年位の純粋数学内部の発展があり，そのうちのいくつかのポテンシャルの高まりが数学全体を押し上げて様々の分野に花開かせたことになるわけで，数学という学問のあり方について(決して楽観のできない)示唆を与えるように思う．話がこれで終わるべくもないのは，この間，20世紀前半に限ってみても，数学者が公理主義をめぐる深刻な議論をする一方，相対論，量子力学，統計物理などを通して物理学との豊かな交渉をしたり，軍事研究はさておくとしても経済学や工学などとも密接に関ったりしていることからも諒解できるのである．

*Takashi SUZUKI
1953年2月25日生
1978年東京大学大学院理学系研究科修了
現在，大阪大学大学院理学研究科，教授，理学博士，解析学・微分方程式
TEL 06−850−5291
FAX 06−850−5291
E-Mail takashi@math.su.osaka-u.ac.jp

科学技術，応用科学，基礎科学の様々な領域において数理的な考察が本質的である場合が多い．最初にすることは問題となる現象を数式で表すこと(modelling)であり，数値計算(simulation)や理論的考察(analysis)によりその正当性が確立してくると次の応用の段階に到る．ここでも同様の作業をして更に次の段階に到るといった具合である．こうしたことを応用数理学と仮に呼んでおくことにしよう．ある分野(例えば工学)にとっての基礎，別の分野(例えば純粋数学)にとっての応用といった体裁のこの学問こそが西欧の大げさに言えば文明の核であり，100年以上かけて今だに我々のものとなっていない広大な領域なのである．(私はこの稿を韓国で書いているが，この国にとっても事情は似たようなものであろう．)

ところで数学者の使命は実はこうした個別の問題に対して成果を出すことではなく，より普遍的な原則を数式上に確立していくことにあり，このことは更に困難なことであることは言うまでもなかろう．しかもその一方で先人達の努力によりすでに多くの事柄が数学的に興味深い問題として固定されており，数学者にとってその枠組の中で仕事をすることが有意義なものとなってしまっている．こうした快適さの中に浸り切ることの危さと共に，応用数理学やそれに関る人材の育成の重要さについて考えてみる必要があることを論じてみた．

2．数学史上の天才達は，すぐれた業績を上げるだけではなく，どういうことを，どういう方針で研究すべきであるかを見抜いた人々であった．御本人達は迷惑であろうが，まずユークリッ

ドは数学が論理の体系であり研究対象を明確にすることを主張し，デカルトは空間の認識に座標を用いることを考案した．ニュートンは位置，速度，加速度の関係を微分を用いて明らかにして運動方程式を書き表わした．まあこのあたりは良いとしても，こうして次々に天才といわれる人々の名前を上げてみれば全くもってパラダイムの山であって，一体自分など何をしたらよいのだろうかとすっかり考え込んでしまうのである．だが少し待ってもらいたい．

微分方程式の研究でいうとポアンカレは解の存在と一意性といった基本定理と，解の性質を直接方程式からとり出すといった定性的理論に研究の方向付けをした人とされ，現在の微分方程式の研究の大半は実際こうしたものである．これは天体力学における3体問題に端を発する解の可積分性に関する興味とは相反するもので，この部分を切り離したことがこの分野の発展の契機になっているわけだが，今世紀後半となりソリトンをはじめとする可積分系の発見と関連分野への発展があったし，また多分流体の基礎方程式であるNavier-Stokes方程式などは今世紀中に基本定理ができないと言われているのに数値計算は著しく発達し，明石大橋の建設やエルニーニョ現象のシミュレーションなどは大した問題もなくなされているのである．

またアダマールは上述の基本定理に更に適切性という概念をつけ加えたが，今日では逆問題などむしろ非適切な問題に対する興味の方が高くなって重要な研究対象となってきている．適切性を論ずるのは大切であるが，非適切であるからといって研究をやめてしまうわけにはいかないのである．

このようなことは，現在においてはいかなる天才といえども1世紀にわたる研究の方向付けをすることはもはや不可能であり，個々の数学者にとって応用数理学と関ることによる研究の変革や発展のチャンスが広がりつつあるということではないか．

3．落ちこぼれの数学者である私自身の研究についても，他の分野と関係があると思われるものがある．いくつか紹介してみたい．

(a) 1次元のSchrödinger作用素 $-\frac{d^2}{dx^2}+p(x)$ を有限区間$(-1, 1)$で考え，Dirichlet境界条件 $\cdot|_{x=\pm1}=0$ をつけてみる．実は$p(x)$が対称: $p(-x)=p(x)$ $(-1<x<1)$ であるとするとこの作用素の固有値によって$p(x)$が決定できるが，その固有値の任意個を任意の場所に動かすことができる．すなわち新しい位置に固有値をもつような新しい係数$p'(x)$を与えるアルゴリズムがあり，この時新しい固有関数ももとの固有関数を用いて書き表すことができる．$p\equiv0$などから出発すると逆に次のようなことも言える．すなわち，この作用素 $-\frac{d^2}{dx^2}+p(x), \cdot|_{x=\pm1}=0$ の固有値や固有関数は，相当多数(dense，稠密)の対称な$p(x)$に対して初等関数を用いて厳密に書き下すことができ，一般の対称な$p(x)$に対してはそれからの極限として表記することができる[1]．

(b) 指数型の非線形項をもつような空間2次元の半線形楕円型境界値問題を考える．解の一意存在は一般に成り立たず，非存在や多重存在もあり得るが，存在するすべての解は，方程式中にあるパラメータを動かすときその“質量”を有限個の所に集中させる．その位置や極限の関数は，線形部分のGreen関数によって表現することができるし，“全質量”は例えば8πの整数倍に収束する[2]．

(c) “熱不等式”(例えば$u_t-\Delta u\geq0$)において解$u(x, t)$は$+\infty$の値も許すことにし，そうした場所をdead coreということにする．この不等式はdead coreを除いた所で成り立つものとする．このときもしdead coreが有界な領域に閉じ込められているものとすると，正の時間に渡り，正の空間測度を保って存在することはできない．言い換えると，後者がおこっているときは，dead coreは瞬時にして境界まで達する．

(a)は問題の発端が天文学にある．10年以上も前の結果であるが，基本的な対象に関するものであり，他の人達の研究も含めてもう少し多くの人々の常識になっても良いように思う．(b)は外国の数理物理学者によると高温の超伝導に関るゲージ理論や，渦の統計物理学と関連しているらしい．(他にも幾何学の問題と関係しているようだ．) また最近生物数学でいう走化性という現象の解明に役立つことがわかり仲

間と一緒に研究している．非線形問題は意外にいくつかの単純なケースに分解して分析できることがあり，私にとっては目下の所粘菌もシャボン玉も同じようなものである．(c)は最近の結果で(a)や(b)に比べると数学的背景はそれ程深まってはいない．しかしこの結果は予測がつかずに反対のことを5年間も考えてしまった．どのような意味があったのかはわからないが，それでこの結論を核融合の数値計算に関する研究集会で聞いてもらったことがある．

4．上で述べたことは数学としては比較的簡単な言葉で結果を説明できるものであるが，私としては結論よりもこうしたものを生み出す数理的構造や，またこうした問題を考えなければならない歴史的背景の方に愛着があったので，他の人がこれらに興味をもってくれたとしても，それでもまだやはり相当違和感の残るようなものなのだ．とは言え，これらは自分の興味に従い問題を考え，関連する事柄を勉強するうちに出会ったようなものであってそれだけに自分の印象には強く残っているのは当然であるにしても，他の人にとって意味がないものとなることもそれはそれでまた同じ程度に当然というべきであろう．

最近私は日本学術振興会の未来開拓研究推進事業「生体の計測と制御」に関るシンポジウムや，研究発表会に参加する機会が多くなった．そこで他分野の人々のお話をうかがうわけだが，実は驚くことの連続である．例えば脳内の電流により生ずる磁場を計測する話がある．しかもこれが逆問題なのである．幸にこの問題についてはパイオニア的な数学の研究が出ているので若い人と一緒に調べている．色々と気になることがあり数学的には興味深いがどのように役立つかはわからない．役立ってくれるのも悪くはないがそうでなくても数学的におもしろければ重要と考えてしまう．どうも数学者はそういった無邪気な所があるので世間からとり残されがちになるようだ．

5．私は比較的数学以外の分野の人達の最新の結果を聞くことが多い．だが残念なことに自分の研究が他の分野の人達にとって意味があり興味をもってもらっているという実感を持つことはあまりなかった．非才というべきであろう．

しかし繰り返し言う．工学にとっての基礎，数学にとっての応用である応用数理学ことが科学技術にとっての要であり，手作りの研究，自立した研究者を育てていかなければならないのである．

何人の人が私と思じように考えてくれるだろうか．

1) Mathematical Theory of Applied Inverse Problems，上智大学数学教室講究録，1991.
2) Semilinear Elliptic Equations，学校図書，1994.