補間画像を用いた高精度位置ずれ推定

研究ノート

飯　國　洋　二*

Subpixel image registration by interpolation

Key Words：Image interpolation, Subpixel estimation, Radial basis function

１．はじめに

複数の離散時間信号が与えられたとき，それらデータ点を補間する連続関数は無数に存在し，一意に定めることはできない．（図１参照）これは，与えられたデータ点が一意に解を決定するだけの情報を有していないという意味で不良設定問題と呼ばれている．そこで，ある適当な拘束条件を追加することでそれを一意に決定しようというのが正則化であり，その代表的な方法の一つが動径基底関数ネットワーク（Radial Basis Function Network, RBFN）である．本稿では，RBFN を用いてデジタル画像から補間画像を生成する方法と，補間画像が連続関数で表されることに着目したサブピクセル精度の移動ベクトル・回転角推定について紹介する．

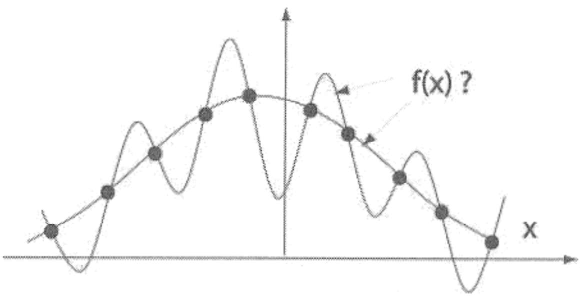


図１　様々な補間関数

２．画像補間のための動径基底関数ネットワーク

大きさ$N\times N$のデジタル画像$d(n,m)$ $(n,m=1,2,\cdots,N)$が与えられたとする．RBFN では，補間画像の滑らかさを拘束条件に加えることで，デジタル画像$d(n,m)$から補間画像$f(x,y)$（x,yは実数）を一意に決定する．具体的には，次の評価関数を最小化するfを解とする．

$$H[f]=\sum_{n,m=1}^{N}|d(n,m)-f(n,m)|^2+\lambda\|Pf\|^2$$

右辺第一項はデジタル画像と補間画像の適合度を，第二項は補間画像の滑らかさを表す指標であり，Pは微分オペレータである．λはそれらのバランスをとる非負定数であり，デジタル画像dに重畳する雑音が大きいほど大きくし滑らかさを強調する．逆に雑音が小さい場合は，補間画像がデジタル画像に適合するようにλを小さくする．（図２参照）特に，雑音が無視できるほど小さい場合は$\lambda=0$とおく．
λを変化させることで様々な特性をもつ補間関数が生成できることは興味深い問題ではあるが［２］［３］，ここでは雑音が無視できるほど小さい場合，つまり$\lambda=0$の場合についてのみ考える．

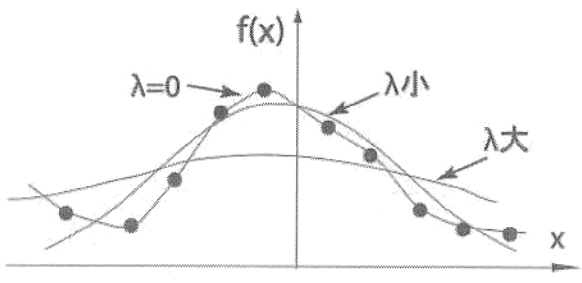
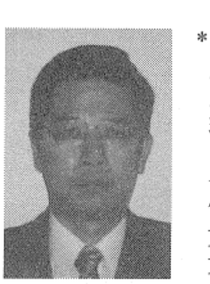


図２　λと補間関数の関係



*Youji IIGUNI
1959年12月生
1984年京都大学工学研究科数理工学専攻
現在，大阪大学，大学院基礎工学研究科，システム創成専攻，教授，工学博士，信号解析
TEL　06-6850-6375
FAX　06-6850-6375
E-mail：iiguni@sys.es.osaka-u.ac.jp

微分オペレータPを適切に設定すると，$H[f]$を最少にするfは

$$f(x,y)=\sum_{n,m=1}^{N} c(n,m)e^{-\frac{(x-n)^2+(y-m)^2}{2\sigma^2}}$$

で与えられる．つまり，補間画像fは，画素(n,m)を中心とするガウス関数の線形結合で表される．重み$c(n,m)$は補間画像の特徴を決定する係数であり，サイズN^2の連立一次方程式の解で与えられる．しかし，その計算量はN^6に比例した大きさになるので，実際には解くことができない．そこで，ガウス関数の分離性・高減衰性と高速フーリエ変換（FFT）をうまく利用することで，計算量$N^2 log_2 N$の高速計算アルゴリズムを開発した［1］［4］．これによると，$N=256$の場合，汎用のPCで1秒程度で処理できた．

離散時間信号の補間法の代表的なものとして，サンプリング定理に基づくsinc補間がある．これは，離散化する前の連続時間信号がナイキスト条件（帯域制限条件）を満たすならば，離散時間信号から元の連続時間信号が完全に再現できるというものである．連続時間信号を離散時間信号に変換する場合，通常はナイキスト条件を満たすように（光）ローパスフィルタをかけた後に離散化するので，sinc補間は理想の補間法といえる．しかし，sinc補間では無限級数の計算が必要であり，全時間区間での離散時間信号が得られるとしている．無限級数を近似計算するにしても，sinc関数は減衰の遅い関数なので，非常に多くの項を考慮しなければならない．このため，その理論的意義は大きいものの実用性は薄い．それに対しRBFN補間では，有限個の離散時間信号があればよく，またガウス関数の減衰は速いので少数の項の和のみを計算すればよいという特長がある．補間性能を定量的に評価するために，離散時間

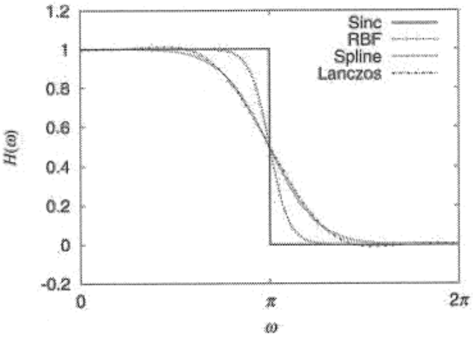


図3　周波数応答の比較

信号の離散時間フーリエ変換と生成した補間関数のフーリエ変換の比で表される周波数応答を評価した［5］．RBFN補間，3次spline補間，Lanczos補間，sinc補間の結果を図3に示す．RBFN補間がsinc補間（理想帯域制限特性）に最も近いことがわかる．

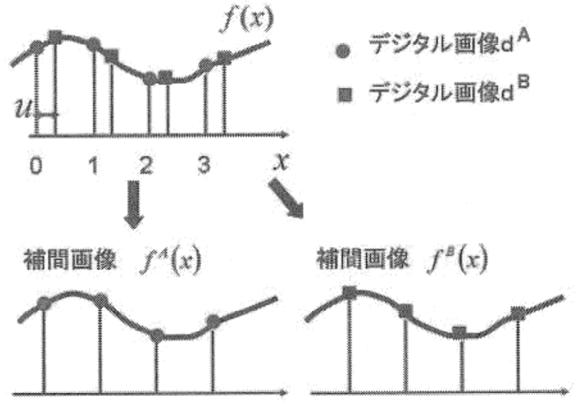


図4　サブピクセル精度での平行移動量uの推定

3．位置ずれ推定

図4に示すように，位置xが連続変数で表される画像$f(x)$が与えられたとする．これを間隔1で離散化した一次元デジタル画像を$d^A(n)$，fをuだけ平行移動して離散化したデジタル画像を$d^B(n)$とする．ここでは，デジタル画像$d^A(n)$，$d^B(n)$が与えられた時，移動量uを推定する問題について考える．

移動量uが整数の場合は，$d^A(n)$と$d^B(n)$の相互相関から簡単にuが推定できる．しかし，uが整数でない場合は何らかの工夫が必要となる．そこで，d^Aから補間画像$f^A(x)$を，d^Bから補間画像を作成し，

$$J(u)=\int_{-\infty}^{\infty} w(x)\{f^B(x-u)-f^A(x)\}^2dx$$

を最小化することで，移動量uを連続量として推定した．ただし，$w(x)$は$x=c$を中心とするガウス重み関数であり，特定の場所（$x=c$）に着目した推定をするために導入している．ここで注目すべきは，補間画像はガウス関数の線形結合で表され，重みwもガウス関数なので，この積分値が解析的に計算できる点である．つまり，コンピュータを使った数値積分をすることなく$J(u)$の値を求めることができる．図5は真値が－2.5の$J(u)$の例である．真値で最小となることが確認できる．

上記で述べた1次元画像の移動量uの推定法は，

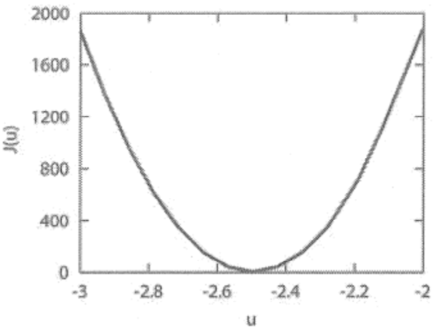


図 5　$J(u)$の挙動

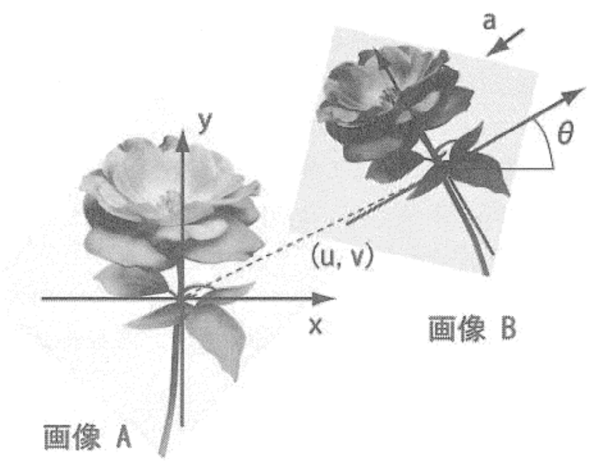


図 6　平行移動(u,v)，回転θ，拡大縮小α，輝度変化b

図 6 に示すように，平行移動(u,v)，回転θ，拡大α，輝度変化bを推定する問題にも拡張できる．つまり，デジタル画像 $d^A(n,m)$ ，$d^B(n,m)$ から補間画像 $f^A(x,y)$，$f^B(x,y)$ を作成し，次の評価関数を最小化する変動量 $\boldsymbol{p}\,(=(u,v,\theta,a,b))$ を求めればよい．

$$J(\boldsymbol{p})=\iint_{-\infty}^{\infty} w(x,y)\{f^B(x,y\,|\,\boldsymbol{p})-f^A(x,y)\}^2 dxdy$$

実際に適用したところ，真値 $\boldsymbol{p}=(0.2, 0.6, 5, 1, 10)$ に対し，$(0.201, 0.598, 5.00, 1.00, 10.2)$ であり高精度に推定できた．このような高精度推定法は，例えば超解像画像復元［6］や移動物体追跡［7］に有用となる．

参考文献

[1] T.Sigitani, Y.Iiguni, and H.Maeda, IEEE Trans. on Neural Netw., **10**, 381-390, 1999.
[2] K.Inoue, Y.Iiguni, and H.Maeda, Neurocomputing, **50**, 177-191, 2003.
[3] N.Kitaura and Y.Iiguni, Signal Process., **84**, 141-150, 2004.
[4] Y.Abe and Y.Iiguni, Signal Process., (In perss).
[5] Y.Abe and Y.Iiguni, IEE Proc. Vis. Image Signal Process., (In perss).
[6] S.C. Park, M.K. Park, and M.G. Kang, IEEE Sig. Proc. Mag., **20**, 21-36, 2003.
[7] C.A.Wilson and J.A.Teriot, IEEE Trans. Image Process., **15**, 7, 1939-1951, 2006.