

切出し・詰込み問題に対する実用的解法



研究ノート

梅谷 俊治*

Practical algorithms for cutting and packing problems

Key Words : Cutting, Packing, Nesting, Computational geometry, Metaheuristics

1 はじめに

切出し・詰込み問題は、いくつかの図形を互いに重ならないように与えられた領域内に配置する問題であり、鉄鋼・製紙・繊維などの素材の切り分け、機械部品の板取り、服の型紙の配置、VLSI の設計、車両の荷物積み込み、地図のラベル配置、タンパク質のドッキングなど多くの分野に応用を持つ最適化問題である。この問題は、長方形詰込み問題、円詰込み問題、コンテナ詰込み問題、多角形詰込み問題など図形の次元や形状によりさまざまなバリエーションを持つ[8]。切出し・詰込み問題のバリエーションの多くはNP 困難のクラスに属する組合せ最適化問題であり、実用的な規模の問題例に対して厳密な最適解を求めることは非常に困難である。本稿では、さまざまな形状や大きさの多角形を長方形の容器に詰め込む多角形詰込み問題を取り上げて代表的な近似解法を紹介する。

2 多角形詰込み問題

まず、代表的な多角形詰込み問題について述べる。入力として、 n 個の多角形 P_1, P_2, \dots, P_n と幅 W 、高さ H の大きさを持つ長方形 R が与えられるものとする。ここで、多角形 $P_i (1 \leq i \leq n)$ は凸に限らないものとする。このとき、(1) 多角形 $P_i (1 \leq i \leq n)$ は長方形 R 内に配置される、(2) 多角形対

$P_i, P_j (1 \leq i < j \leq n)$ は互いに重ならない、という2つの制約条件を満たす多角形 $P_i (1 \leq i \leq n)$ の配置を決定する問題が多角形詰込み問題である。図1に多角形詰込み問題の詰込み例を示す。

多角形詰込み問題は、実際の工業上の応用によってさまざまなバリエーションを持つ。例えば、布地のように布目、模様、裏表のある素材では、原則的に多角形の自由な回転や反転は許されない(180度回転のみ許される場合が多い)。また、全ての多角形が異なる形状であることはまれで、限られた種類の形状の多角形を複数切出すことを要求される場合が多い。布地は素材が十分な幅を持つため、幅 W (可変)、高さ H (固定) の長方形 R から、全ての多角形を切出すのに必要な長方形の幅 W を最小化するストリップパッキング問題として定式化される。

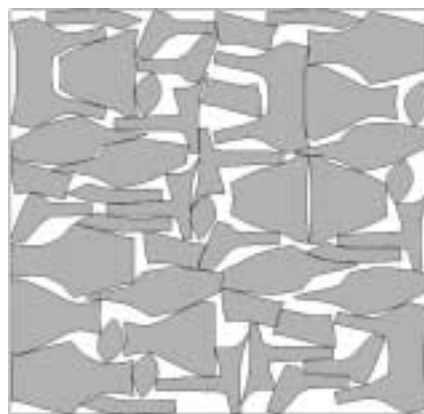


図1: 多角形詰込み問題の詰込み例

3 多角形詰込みと計算幾何

多角形は長方形や円と比べて複雑な形状を持つため、多角形詰込み問題に対する効率良い解法を開発するには、多角形対 $P_i, P_j (1 \leq i < j \leq n)$ が重なりを持つかどうかを高速に判定する必要がある。



*Shunji UMETANI

1974年6月生
 京都大学・大学院情報学研究科・数理工学専攻(2002年)
 現在、大阪大学大学院情報科学研究科情報数理学専攻 准教授 博士(情報学)
 組合せ最適化, アルゴリズム, 数理計画
 TEL : 06-6879-7799
 FAX : 06-6879-7799
 E-mail : umetani@ist.osaka-u.ac.jp

多角形の自由な回転が許されない場合には, No-fit polygon (NFP) と呼ばれるデータ構造を用いることで多角形同士の重なりを高速に判定できる。

与えられた多角形 P_i, P_j について, それぞれの座標系の任意の点を参照点として, 多角形を参照点からの相対位置で表すものとする。いま, P_i の配置を参照点が原点にくるように固定したときに, P_i と P_j が重なりを持つような P_j の配置全体を P_j の P_i に対する No-fit polygon と呼び $NFP(P_i, P_j)$ と表す。多角形 P_i, P_j が共に凸であれば, $NFP(P_i, P_j)$ は P_j を P_i に接するように平行移動させたときに P_j の参照点を通る軌跡の内部領域となる(図2)。多角形

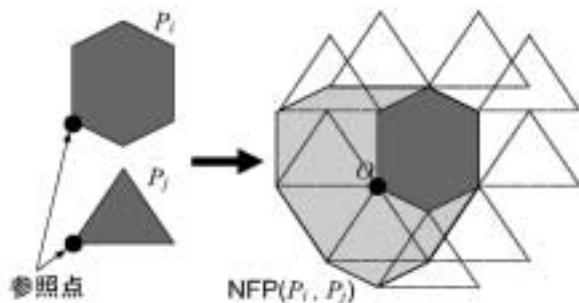


図2: No-fit polygon の例

P_i と P_j を重ならないように配置するには, P_j の参照点が $NFP(P_i, P_j)$ の境界上か外部にあるように P_j を配置すれば良い。

多角形の重なり判定手法は文献[1]にまとめられている。また, 計算幾何に関するアルゴリズムおよびデータ構造については文献[2]が詳しい。

4 実用的な解法の紹介

ストリップパッキング問題では, あらかじめ与えられた順番に従って一つずつ多角形を順番に長方形に詰め込む方法がよく用いられる。特に, 多角形を左にも下にも動かせないという Bottom-Left 条件 (BL 条件) を満たすように配置する Bottom-Left 法 (BL 法) がよく用いられる。最も単純な BL 法は, 各多角形を長方形内の右上隅に配置した後に, 配置済みの多角形に阻まれて動けなくなるまで左方向と下方向への移動を交互に繰り返して適用する方法である。また, 前節で紹介した NFP を用いて BL 条件を満たす配置を求めることもできる。NFP を用いた BL 法の詳細については文献[3]を参照いただきたい。

また, 上述の手法で全ての多角形を配置した後に, 一つの多角形を再配置する手続きを繰り返してより歩留りの高い解を探索する手法もよく用いられる。解の探索にはアニーリング法やタブー探索法などのメタ戦略[9]が用いられる。最近では, 探索途中における多角形の重なりを許容し, 長方形の幅 W を一時的に固定した上で多角形対の重なり度合いの総和を最小化する部分問題(重なり度最小化問題)を解く手続きを繰り返して適用する手法がよく用いられる。文献[7]では, 重なり度最小化問題に対して重なりを持つ多角形を一つ選んで水平もしくは垂直方向に移動させる手続きに基づくメタ戦略を提案している(図3)。

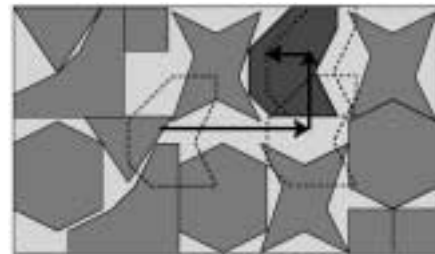


図3: 重なり度最小化問題に対するメタ戦略

図1, 4, 5 に服の型紙の配置を元にしたベンチマーク問題例に対して, 文献[7]のメタ戦略を適用した結果を示す。このように, 最近では実際の応用に即したベンチマーク問題例に対して, 熟練者の配置計画に近い歩留りの解が求まるようになっている。この他にも数理計画法を用いた手法が提案されており, メタ戦略と組み合わせることで歩留りの高い解が効率良く得られている[4, 6]。

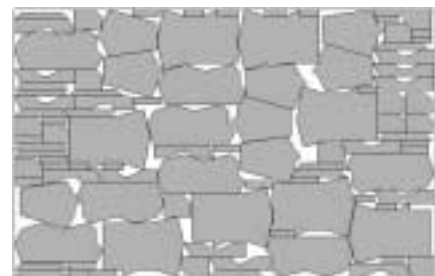


図4: ストリップパッキング問題の近似解 (図形数99)

5 おわりに

本稿では, さまざまな形状や大きさの多角形を長



図5: ストリップパッキング問題の近似解
(図形数64)

方形の容器の中に詰め込む多角形詰込み問題を取り上げて代表的な手法を紹介した。多角形詰込み問題および長方形詰込み問題については文献 [5] が詳しいので、興味を持たれた方はそちらも参照いただきたい。

切出し・詰込み問題は、多くの分野に応用を持つ問題であるばかりではなく、組合せ最適化や計算幾何の問題としても多くの面白い話題を含んでいる。本稿を通じて、切出し・詰込み問題に関わる話題に興味を持っていただければ幸いです。

参考文献

- [1] J. A. Bennell and J. F. Oliveira, The geometry of nesting problems: A tutorial, *European Journal of Operational Research* **184** (2008), 397-415.
- [2] M. de Berg, M. van Kreveld, M. Overmars and O. Schwarzkopf, *Computational Geometry: Algorithms and Applications*, Springer, Berlin, 1997 (浅野哲夫(訳), コンピュータ・ジオメトリ, 近代科学社, 2000).
- [3] A. M. Gomes and J. F. Oliveira, A 2-exchange heuristic for nesting problems, *European Journal of Operational Research* **141** (2002), 359-370.
- [4] A. M. Gomes and J. F. Oliveira, Solving irregular strip packing problems by hybridising simulated annealing and linear programming, *European Journal of Operational Research* **171** (2006), 811-829.
- [5] T. Ibaraki, S. Imahori and M. Yagiura, Hybrid metaheuristics for packing problems, In: C. Blum, M. J. B. Aguilera, A. Roli and M. Sampels (eds.), *Hybrid Metaheuristics: An Emergent Approach for Optimization*, Springer, Berlin, 2008.
- [6] T. Imamichi, M. Yagiura and H. Nagamochi, An iterated local search algorithm based on nonlinear programming for the irregular strip packing problem, Technical Report 2007-009, Department of Applied Mathematics and Physics, Graduate School of Informatics, Kyoto University, 2007.
- [7] S. Umetani, M. Yagiura, S. Imahori, T. Imamichi, K. Nonobe and T. Ibaraki, Solving the irregular strip packing problem via guided local search for overlap minimization, *International Transactions in Operational Research*, to appear.
- [8] G. Wäscher, H. Haußner and H. Schumann, An improved typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operational Research* **183** (2007), 1109-1130.
- [9] 柳浦睦憲, 茨木俊秀, 組合せ最適化: メタ戦略を中心として, 朝倉書店, 2001.