

攪拌槽内に見る 3次元カオスの構造



研究ノート

井上 義朗*

Structure of Three-Dimensional Chaos in Stirred Tank

Key Words : Chaos, Fluid Mixing, Stirred Tank, Isolated Mixing Region

1. はじめに

流体の攪拌は化学プロセスにおける基本操作の一つであるため、混合だけでなく反応、分離など多くの操作に併用されている。通常は乱流混合であるが、高粘性流体や剪断に敏感なバイオ流体に対しては層流混合が行われる。層流条件下で槽内全体を均一かつ効率よく混ぜるためには、流れ場にカオス性を持たせる必要がある。

2次元流れ系におけるカオスの発生機構やカオス的な流れ場における混合状態については多くの研究が行われてきた。これに対して、3次元流れ系に対しては、極端に簡略化された仮想的流れを除いて、実用的な3次元流れ系に対するカオス混合の理論的研究は遅れている。冒頭にも述べた攪拌槽では、様々な形状の攪拌翼が槽の内部で回転し、また側壁には邪魔板が挿入されることも多いため、槽内の流れは3次元であるだけでなく、非定常性、非対称性の強い複雑な流れである。このような系に対しても、2次元カオス力学系で研究されてきたカオス理論のシナリオが適用できるのだろうか。

2. 2次元のカオス力学系

典型的な2次元カオスを生み出す流れ場には、Birkhoffパターンとも呼ばれる図1のような構造が隠されていることが知られている。速度ベクトル、

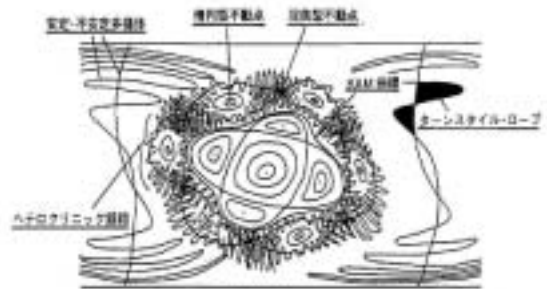


図1 Birkhoffパターン

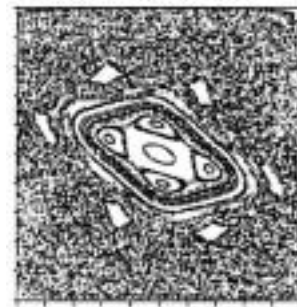


図2 ポアンカレ写像

流線、流跡線、流脈といった流れ場を表現する従来手法でこの図を表示することはできないが、双曲型不動点と楕円型不動点、それらの周囲で複雑にからみ合った安定多様体と不安定多様体の錯綜構造がひととき目を引く。実際、これらが2次元カオス混合を引き起こすメカニズムに直接関係するとともに、混合パターン形成の鑄型にもなっていることはよく知られている。流れ系をPoincaré断面で見ると、図2のようなカオスの海と呼ばれる領域と、その中に点在する島状領域からなるパターンが得られ、Birkhoffパターンとの対応を確認することができる。カオスの海に属する流体粒子は、一見不規則に見えるカオスの軌道を描くため良混合領域を形成する。他方、島状に見える領域内の流体粒子は、その周囲を取り囲むカオスの海の流体と交わることはなく、



*Yoshio INOUE

1947年8月生
 大阪大学・大学院基礎工学研究科・化学工学専攻 後期課程修了(1975年)
 現在、大阪大学大学院 基礎工学研究科 物質創成専攻 化学工学領域 教授 工学博士 輸送現象論, 情報流体工学
 TEL: 06-6850-6276
 FAX: 06-6850-6276
 E-mail: inoue@cheng.es.osaka-u.ac.jp

島状流域内だけで規則的な軌道を描くため弱い剪断混合だけが進行する。この島状領域は孤立混合領域 IMR (Isolated Mixing Region) と呼ばれ、島の中心部は楕円型不動点である。周期軌道を描く流れに対して、外部より時間的に周期変化する摂動が加わった場合の同期 (あるいは共鳴) 条件から導出される Poincaré-Birkhoff の定理により、このような島状の IMR の位置や個数をある程度理論的に予測することができ、実験的にもその有効性が確認されている。

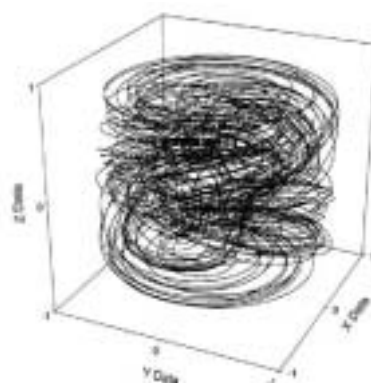


図3 流跡線

3. 3次元攪拌槽内の混合機構¹⁾

攪拌槽内の3次元層流場においてもカオス的混合が進行するとすれば、その機構はいかなるものであろうか。図3は、攪拌槽内における1個の流体粒子の運動軌跡を描いたものである。あまりに複雑で、この図から運動の規則性を認めることはできないが、これが決定論的なカオス軌道であるとするならば、2次元カオス系で重要な役割を果たした安定多様体、不安定多様体、双曲型不動点、楕円型不動点やKAMトーラスは何処に存在するのであろうか。攪拌槽内のカオス混合を考える場合に、まず最初に突き当たるのがこの問題である。



図4 脱色混合パターン

3.1 翼先端から伸びる流脈

脱色剤を適当に注入した場合の攪拌槽内混合パターンの時間変化は非常に複雑に見える。しかし、攪拌翼の先端部分から脱色剤をしみ出させて混合パターンの時間変化を調べると、図4のような縞模様が見え、翼からの吐出流が側壁に当たる付近から混合が進行する様子がわかる。これは、混合は攪拌翼近傍から進行するという通説とは異なる。図5は翼先端から着色液をしみ出させた場合に形成される多重螺旋曲面の3次元形状であり、図6はその鉛直断面パターンの可視化像である。ここには図3の流体粒子軌跡の複雑さは見られない。図6の曲線パターンを攪拌翼が通過するごとのスナップショットで観測すると、その線配置は不変のまま、側壁に最も近い部分に新しい線が1本加わる。これは不変多様体と同じ特性である。これより翼先端から伸びる流脈は、2次元カオス力学系において双曲型不動点から伸びる不安定多様体と同じ役割を果たすと予想される。図7はこの流脈の計算図である。ここには、図



図5 流脈シート



図6 流脈シート断面図

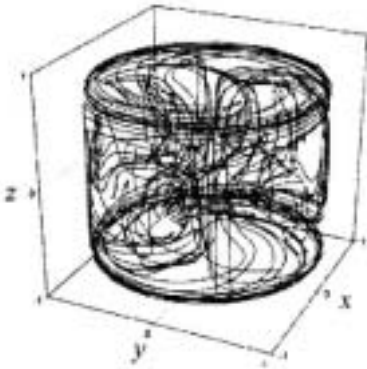


図7 流脈



図8 流脈の包絡面

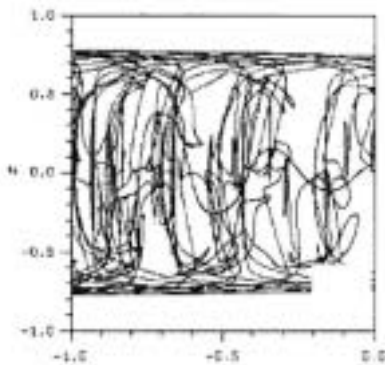


図9 流脈シート上の流脈 (側面図)

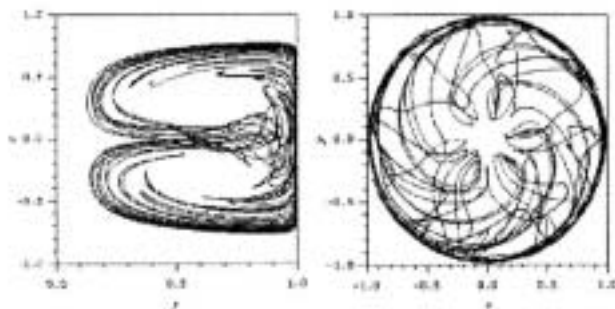


図10 流脈の鉛直面 (左) と水平面 (右) への射影図

5, 6に見られたきれいな螺旋曲面の面影はない。翼先端部に多数の出口を置き, そこから伸びる流脈を計算し, その包絡面を描いたのが図8である。明らかに図5, 6の螺旋曲面と同じ形状をしていることがわかる。逆に言えば, 図5, 6の滑らかな螺旋曲面の表面は, 図9のような複雑な形状の流脈で埋め尽くされているといえる。2次元カオス力学系では, 安定および不安定多様体の引き伸ばしと折りたたみがカオスを発生させる基本的な機構であったことを思い起こすと, 図5, 6の螺旋曲面上に埋め込まれた流脈線の形状を詳しく解析すれば, 3次元攪拌槽系におけるカオス混合の機構が明らかになると予想される。実際, 流脈を鉛直断面と水平断面に射影したときの形状 (図10) を解析することにより, 3次元流れ系におけるカオス混合の機構を理解することができる。

3.2 螺旋曲線状の孤立混合領域

低 Re 数の層流攪拌条件下では, 攪拌翼の上下にドーナツリング状のコアIMRが見られ, 注意深く可視化するとその周囲に巻き付く1本あるいは数本の螺旋閉曲線のひも状IMRを見ることができる (図11)。鉛直断面で観測すると, ひも状IMRは流体と同じ方向に回転するが, 螺旋の巻き方は流体粒子軌道と逆である。このようなIMR自体には混合操作としての実用的価値はないが, 混合機構を探る理論的立場からは極めて重要な現象である。

図11 (右) に見られるコアIMRとその周囲を取り巻く島状構造および島が回転の様子は, 2次元カオス力学系で見られた図1や図2の構造と同じである。ただし, 3次元の攪拌槽系における島は, 回転する螺旋閉曲線状のIMRの切断面図である点が異なる。攪拌槽内で流れに周期的な摂動を与えるのは回転翼の羽根であるため, この摂動は時間周期性だけでなく軸回り回転方向の空間周期性も有してい

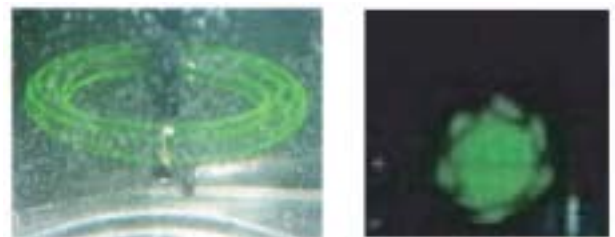


図11 IMRの全体像 (左) と鉛直断面像 (右)

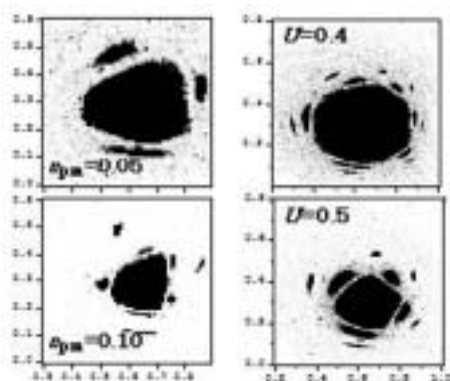


図12 IMRの摂動パラメータ依存性

る．そのため，同期条件は2次元カオス力学系の場合よりも少し複雑になる．数値シミュレーションによれば，図12に示したように，翼からの摂動の強

さや周期を変えると，ひも状IMRの本数，形状，空間配置が変化するが，その様子は2次元カオス力学系で見られる変化とほぼ同じである．

4．おわりに

攪拌槽内の3次元層流混合場の流動特性や混合機構は一見複雑に見えるが，適切な切り口で現象を観測あるいは解析することにより，2次元カオス力学系におけるものと本質的に同じ機構でカオスの混合が生じていることが明らかになった．

【参考文献】

- [1] Y. Inoue *et al.*; *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, 35, 265-273 (2009)

